一种描述单级生物滤池过滤过程的数学模型

王 晟, 王晓昌

(西安建筑科技大学环境与市政工程学院,陕西西安 710055)

摘 要:现有的过滤模型中只包含了水中颗粒物的去除,生物膜模型中只包含了水中可生物降解底物的去除, 它们都无法描述单级生物滤池的过滤过程 利用滤池的毛细管简化推导出了描述单级生物滤池过滤过程的 数学模型,很好地解释了单级生物滤池的过滤现象

关键词: 单级生物滤池; 生物过滤; 过滤方程

中图分类号: TU 991. 24 文献标识码: A

文章编号: 1006-7930 (2002) 01-0014-05

A mathematical model describing biological filtration in single-stage biofilter with uniform media

WANG Sheng, WANG X iao-chang

(School of Envir. & Munic Eng., Xi'an Univ. of Arch. & Tech., Xi'an 710055, China)

Abstract The existing mathematical models of filtration is used to describe the process of particulate removal from water, and biofilm models are used to describe the removal of BOM or specific components in biological filters Neither can describe the filtration processes in single-stage biofilters By assuming the granular filter bed as tubes formed by numerous cylindrical capillaries, a mathematical model describing biological filtration in single-stage biofilter is proposed The model helps explain the phenomena of filtration in this kind of filters

Key words: sing le-stage biof ilter; biolog ical f iltration; f iltration equation

为了追求更好的水质,加上前臭氧化越来越普遍地纳入到水处理流程中来,生物过滤(biological filtration)正成为给水与废水深度处理研究中新的热点之一. 生物过滤拥有很多传统过滤所不具备的 优点,诸如:降低配水管网中的细菌再生长势(potential for bacterial regrow th)、减少氯消毒副产物 (DBPs)、减少需氯量、降低管道腐蚀势(corrosion potential)、控制引起色、嗅的化合物以及控制影响健 康和美感的相关物质,等等

在欧洲, 深度处理工艺中的生物滤池多接在普通砂滤池的后面^[1,2]. 尽管生物滤池的出现是以去除 水中BOM (Biodegradable Organic Matter)为目的的, 但研究证实^[3,4,5], 这并不影响这种新型滤池去除 水中浊质的传统过滤功能 美国倾向于在同一座滤池中, 同时具有生物过滤的功能和传统过滤的功能 这种同时去除 BOM 和以浊度为代表的颗粒物的过滤可称为单级生物过滤(single-stage biofiltration)^[6]. 生物滤池滤料表面附着的生物膜是生物过滤过程区别于传统过滤过程的根本所在, 这 种双目标的生物滤池可能需要新的过滤思路以及新的数学描述方式来建立其数学模型犯

1 均质滤料传统过滤过程的毛细管模型

由粒状材料组成的滤床,内部有无数孔隙通道 水流通过滤层的过滤过程,就是水流在滤床孔隙内 的流动过程 因此,可将滤床看成是由无数条毛细管道组成的管束,过滤过程就是水流在这些毛细管道 中的流动过程,这一简化得出了真实流动过程的物理模型^[8~10].为了使水流在毛细管道中的过滤条件 与实际滤床中的过滤条件相同,必须具备以下两个条件:

毛细管道的总空间应与滤床的孔隙相同;

毛细管道的总表面积应与滤料的表面积相同

文献[9,10]的作者根据这一思路推导出了均质滤料传统过滤过程的浊质去除计算模型,包括下述 几个方程:

式(1)为滤层堵塞方程,描述滤层堵塞的过程:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = \lambda_1 c - \lambda_2 v \frac{\sigma}{\epsilon_0 - \sigma}$$
(1)

式(2)为过滤过程的连续性方程,描述过滤过程中,水中浊质与滤层中截留浊质量之间的关系:

$$(1 - c) \frac{\partial \sigma}{\partial t} + v \frac{\partial r}{\partial t} + (c_0 - \sigma) \frac{\partial r}{\partial t} = 0$$
(2)

式(3)为过滤方程,描述滤层中,水中浊质的变化规律:

$$v \frac{\partial c}{\partial t} + (c_0 - \sigma) \frac{\partial c}{\partial t} = -\lambda_1 c + \lambda_2 v \frac{\sigma}{c_0 - \sigma}$$
 (3)

其中, $\lambda = \frac{8D.6}{d_{mo}^2}$ 可称为截留系数; $\lambda = \frac{8B.\mu}{d_{m0}^2}$, 可称为剥离系数 式中各符号的含义如下:

 σ —— 滤层的浊质比沉积量 (m³ 浊质 /m³ 滤料); t—— 时间 (s); D —— 毛细管内浊质的扩散系数 (m²/s); B —— 浊质的剥离 系 数 (m³/N • s), 反映滤料表面与沉积浊质间的粘附强度; μ —— 水的动力粘性系数 (Pa•s); ϵ —— 孔隙率 (m³ 孔隙 /m³ 滤料); ϵ —— 清洁滤层的孔隙率 (m³ 孔隙 /m³ 滤料); d_{m0} —— 过滤开始 时的毛细管直径 (m); c—— 浊质体积浓度 (m³ 固体 /m³ 液体); v—— 滤速 (m /s); z —— 滤层高度 (m).

2 单级生物过滤过程的数学模型

单级生物过滤由于同时考虑BOM 和浊质两项指标,其 过滤过程不同于传统过滤过程,在过滤周期里滤料表面的变 化可用图 1 表示 生物滤池滤料表面的沉积物厚度的变化除 了包含传统滤池的浊质截留作用外,还必须考虑生物降解水 中溶解态BOM 时生物自身生长使σ变大,和生物的内源呼 吸使σ变小的作用 在滤料表面沉积物变厚的过程中,生物 膜和不具生物活性的浊质同时增长、衰减,可认为二者相互 渗透、均匀分布,反洗时一起脱落

取滤层中某一毛细管作为考察对象, 在滤层深度 z 处取 断面 1, 并在深度 z + dz 处取断面 2, 滤层微元如图 2 所示

a. 水中浊质的沉积量, 根据文献[9]的推导为:

2



图 1 生物滤池滤料表面沉积物 厚度在过滤周期里的变化示意图



图 2 生物滤池毛细管去除浊质模型

 $\mathrm{d}G_{k1} = 2\pi D \, c \mathrm{d}z \, \mathrm{d}t$

b. 水中溶解态 BOM 引起的 σ 增长, 对底物 s 列物料平衡:

(4)

15

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$u\omega s + \omega r dz = u\omega \left(s + \frac{\partial}{\partial z} dz\right) + \omega dz \frac{\partial}{\partial z}$$
 (5)

式中: r - z 截面处的底物降解速率[g 底物 /(m³ 流体空间•s)]; u -毛细管内流速 (m/s); w -毛细管截面积 (m²); s -底物浓度 (g 底物 /m³ 流体).

整理得 $\frac{\Delta}{\partial t} = -u \frac{\Delta}{\partial t} + r$,对于稳态生物膜有 $\frac{\Delta}{\partial t} = 0$,所以 $r = u \frac{\Delta}{\partial t}$ 因此,由水中溶解态BOM 引起的 σ 增长量:

$$dG_{k2} = r \omega dz dt Y_G \frac{1}{\rho_b} = r \frac{\epsilon}{n} Y_G \frac{1}{\rho_b} dz dt = \frac{1}{n} \cdot \frac{Y_G}{\rho_b} r \epsilon dz dt$$
(6)

式中: Y_{G} —— 生物的净增长率(g 生物质 /g 底物); ρ_{b} —— 生物质的密度(g 生物质 /m³ 生物质); n—— 单位面积滤池的毛细管根数(根 /m² 滤池).

c. 由于水流剪切造成的剥离(包括生物质的损失), 根据文献[9] 的推导为

$$\mathrm{d}G_{b1} = 2\pi B \frac{\mu u \mathcal{O}}{\epsilon_0} \mathrm{d}z \,\mathrm{d}t \tag{7}$$

d. 由于内源呼吸引起的 σ 减小:

$$dG_{b2} = \frac{\mathcal{O}_d dz X_f b}{\rho_b} dt = \frac{\mathcal{O}}{n} \cdot \frac{X_f b}{\rho_b} dz dt$$
(8)

式中: α_{i} —— 沉积在毛细管壁单位管长上的浊质沉积量 (m³ 浊质 /m 管长); X_{f} —— 活性生物的浓度 (g 生物质 /m³ 滤料表面浊质); *b* —— 内源呼吸系数 (s⁻¹).

经时间 dt 管壁附着杂质增加量:

$$dQ = \frac{\partial Q}{\partial t} dz dt = \frac{1}{n} \cdot \frac{\partial Q}{\partial t} dz dt$$
(9)

根据物质守衡定律有 $dQ = dG_{k1} + dG_{k2} - dG_{b1} - dG_{b2}$,代入整理得

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = \lambda_1 c - \lambda_2 v \frac{\sigma}{\epsilon_0 - \sigma} + \lambda_3 r(\epsilon_0 - \sigma) - \lambda_4 \sigma$$
(10)

式中: $\lambda_s = \frac{Y_a}{\rho_b}$, 可称为生物增长系数; $\lambda = \frac{X_f b}{\rho_b}$, 可称为生物内源衰减系数 此即单级生物滤池滤层 的堵塞方程 式(1) 中的 σ 全部为沉积的浊质, 而式(10) 中的 a 由沉积浊质和生物质(biom ass) 两方面 组成, 因此式(10) 中的 σ 除来源于水中的颗粒物外, 还来源于水中溶解态的BOM.

单级生物滤池与传统滤池的区别在于:水中溶解的物质也会转化成 σ ,而 σ 也会因新的原因而衰减, 这些都体现在式(10)中、将 α^{ar} 值代入过滤过程的连续性方程(2)即得出单级生物滤池的过滤方程。在 一般的流体过滤过程中,其浊质浓度 c 远小于 1,即(1 - c) 1,方程可简化为下面形式:

$$v \frac{\partial r}{\partial t} + (\epsilon_0 - \sigma) \frac{\partial r}{\partial t} = -\lambda_1 c + \lambda_0 v \frac{\sigma}{\epsilon_0 - \sigma} - \lambda_0 r(\epsilon_0 - \sigma) + \lambda_0 \sigma$$
(11)

3 简要分析

7

单级生物滤池过滤过程数学模型函盖了水中要去除的两大类污染物,因而是更为广泛和统一的过 滤模型 下面利用滤层堵塞方程对这一模型作一些简要分析

3.1 统一形式的过滤模型

在传统的快滤池中,由于不考虑去除BOM,滤池反冲频繁,且通常要求把滤料冲洗得很干净,滤料 表面生物质少,加上水中BOM 浓度低,所以 r 很小,以至式(11) 右边的第三项忽略,则也就不存在第四 项了; 方程只剩下前两项

在 慢滤池中,由于不反冲,尽管水中BOM 浓度低,久了也能聚集一定生物,使 r 有一定值 另外,滤速 v 很小,造成浊质的扩散系数 D 也小,则 λ 较小,滤速 v 很小也使得公式中第二项很小,从而使三,四项不可忽略

在 单级生物滤池中, 滤料不冲净, 且预臭氧化大大改善了原水的可生化性, 使水中BOM 浓度得以

提高,所以 r 有一定值, 三, 四项不可忽略

3.2 与传统生物膜模型比较

若不考虑进水 c, 即 c = 0, 则堵塞方程(10) 变为:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = \lambda_{0} r (\epsilon_{0} - \sigma) - \lambda_{0} v \frac{\sigma}{\epsilon_{0} - \sigma} - \lambda_{4} \sigma \qquad (12)$$

这就是传统生物膜模型中单纯考虑底物去除的情况,对于稳态生物膜来说 = 0,上式改写为:

$$\lambda_{s} r(\epsilon_{0} - \sigma) = \lambda_{v} v \frac{\sigma}{\epsilon_{0} - \sigma} + \lambda_{t} \sigma$$
(13)

另外, 若忽略毛细管中悬浮细菌对底物的降解, 那么底物降解的速率 r 就是底物扩散进入生物膜的速率, 即: $r \cdot \frac{\pi}{4} d_m^2 dz = J \pi d_m dz$; 所以,

$$r = J \frac{n \bullet \pi d_m}{n \bullet \frac{\pi}{4} d_m^2} = J \frac{f}{\epsilon}$$
(14)

式中, d_m —— 毛细管直径 (m); f —— 滤料的比表面积 (m² 表面 /m³ 滤料); J —— 底物通量 (g 进入 生物膜的底物 /m² 生物膜面积•s).

式(14) 是的 f 值按下式计算:

$$f = \frac{6\alpha(1 - \epsilon)}{d_{\epsilon}} = n\pi d_m \tag{15}$$

式中, d_e —— 滤料的当量直径(m), α —— 滤料的表面形状系数; n—— 单位面积滤池的毛细管根数 (根 m^2 滤池).

则(13) 式变为

$$\lambda J f = \lambda_{\rm e} v \frac{d}{\epsilon} + \lambda_{\rm e} \sigma \tag{16}$$

此即用毛细管模型推导出的稳态生物膜模型, 以往的稳态生物膜模型通常写为

$$JY_G = L_f b X_f \tag{17}$$

式中, L_f —— 生物膜厚度(m), b —— 比内耗系数 b 与剪切损耗系数之和(s⁻¹).

(16)(17)式在物理意义上是一致的,但(16)式表现形式更直观,对水生物膜损耗的描述也更细致 3.3 对生物过滤过滤现象的分析

(1) 在文献 5 的研究中发现,用无氯水反冲的滤池要比用氯化水反冲的滤池过滤周期短 10%.这是因为用无氯水反冲后的滤池中活性生物多,滤池启动后滤层中生物活性较高即 r 较大,从而使公式(10)中第三项作用增大, ar 随之增大,最终使滤池过滤周期变短 可见,实验观察的结果能和公式(10)的解释良好吻合

(2) 在慢滤池中, 无机浊质主要在表面滤层中截留, 水中细菌也主要在表层截留并聚集生长, 深层的 *r* 很小, 所以在表面滤层未被刮掉以前, 生物对深层滤料的 σ几乎无影响 表面滤层刮除后, 新表面滤 层才渐渐成熟 单级生物滤池中, 生物质也主要集中在上层¹¹¹, 下层 *r* 很小, 所以生物作用不会影响出 水浊度

(3) 在实验中通常可以注意到:当出水浊度正常时,滤池存水停用数日,之后滤池再启动初期出水浊度会变大 对于传统滤池及其数学模型这一现象是很难解释的,而对于单级生物滤池则可以利用式
 (10) 给予解释 存水停用时间长时,式(10) 右边一、二、三项为零,剩下第四项,所以_Q^{QT}
 0,造成滤池再启动初期出水浊度变大

参考文献:

[1] 洪觉民 欧洲水厂观感[J] 给水排水, 1998, 24(3): 10-13

果纤维方向和斜裂缝方向垂直,则经角钢在梁端加固后,碳素纤维布的强度能发挥到最大,将会发生布 断裂的破坏形式,这种破坏形式必将比布从梁表面剥落的破坏形式的承载力提高很多.

(4) CFRP 用于钢筋混凝土梁的抗剪加固, 建议纤维粘贴方向和斜裂缝方向垂直

(5) 本次试验研究由于试件少, 纤维粘贴方向不理想, 实验数值离散性较大, 没有得出CFRP 抗剪 承载力与剪跨比的关系式, 在今后的工作中应进一步完善

参考文献

- [1] AM IR M M. MAM D S Analytical study of reinforced concret beams strengthened with web-bonded fiber reinforced plastic plates of fabrics[J] A ci Structural Journal, 1998, 95(3): 12-16
- [2] AM R M M, HAM D S U ltimate shear capacity of reinforced concrete beams strengthened with web-bonded fiberreinforced plastic plates[J] A ci Structural Journal, 1998, 95(4): 23-26
- [3] JONES R M. M echanics of composite materials [M] New York: M cgraw-Hill Book Company, 1975.
- [4] MALL IK P K. Fiber reinforced composite materials manufacturing and design [D]. Second Edition, Marcel Dekker Inc, 1993
- [5] M ICHAEL J C, TED F J, DENN IS R M, THEODORE A T, JR, W LL IAM W F, JR. Shear strengthening of reinforced concrete beam s using externally applied composite Fabrics[J]. A ci Structural Journal, 1995, 92 (3): 10-15
- [6] ACI COMM ITTEE 440 State-of-the-art report on fiber reinforced plastic (FRP) reinforcement for concrete structure [M]. Detroit, M ichigan: American Concrete Institute 1996 68

(上接第17页)

- [2] J P VAN DER HOEK, et al The use of biological activated carbon filtration for the removal of natural organic matter and organic micropollutants from water[J] Wat Sci & Tech., 1999, 40(9): 257-264.
- [3] LECHEVALL IER M W, et al Evaluating the performance of biologically active rapid sand filters[J]. AWWA, 1992, 84(4): 136
- [4] KRA SN ER S W, et al Testing biologically active filters for removing aldehydes formed during ozonation [J]. AWWA, 1993, 85(5): 62-71.
- [5] GOLDGRABE J C, et al Particle removal and head loss development in biological filters [J]. AWWA, 1993, 85 (12): 94.
- [6] DAN IEL URFER, PETER M, HUCK, et al, Biological filtration for bOM and particle removal: a critical review [J] AWWA, 1997, 89(12): 83-98
- [7] 许保玖 给水处理理论[M] 北京: 中国建筑工业出版社, 2000
- [8] 陈敏恒 丛德滋等 化工原理, 上册[M] 北京: 化学工业出版社, 1999.
- [9] 景有海,金同轨,范瑾初 均质滤料过滤过程的毛细管去除浊质模型[J] 中国给水排水,2000,16(6):1-4
- [10] 景有海 均质滤料过滤过程的数学模型, [D] 上海: 同济大学博士学位论文, 2000
- [11] WANG JACK Z, R SCOTT SUMMERS, M L TNER R ICHARD J. Biofiltration performance: part 1 relationship to biomass[J] AWWA, 1995, 87(12): 55-63.