

# 序批式反应器的水力停留时间的理论探讨

王文标<sup>1</sup>, 顾国维<sup>1</sup>, 刘鸿霞<sup>2</sup> (1. 同济大学环境科学与工程学院, 上海 200092; 2. 重庆大学(B区)城市建设与环境工程学院, 重庆 400045)

**摘要:**根据液龄分布函数是二元函数的观点, 推导出了当进、出水流量是时间的函数时, 反应器的水力停留时间的通用积分式和离散式; 然后得出了序批式反应器(SBR)的水力停留时间(HRT)具体表达式, 并分析了用现有方法计算其水力停留时间所产生的误差. 结果表明, 最大相对误差  $r_{\max}$  仅与充水比有关, 且呈正相关关系. 取典型值  $\beta = 0.4$  时,  $r_{\max}$  高达 25%.

**关键词:**液龄分布函数; 刺激响应实验; 非恒定流量; 序批式反应器; 水力停留时间

## Hydraulic retention time of sequencing batch reactor

WANG Wenbiao<sup>1</sup>, GU Guowei<sup>1</sup>, LIU Hongxia<sup>2</sup> (1. Institute of Environment Science and Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Institute of Municipal and Environment Engineering, Chongqing University, Chongqing 400045, China)

**Abstract:** Based on the dualistic EDF (Exit-age Distribution Function), the general integral and disperse equations of a reactor's HRT (Hydraulic Retention Time) were concluded when inflow and outflow rates are functions of time. The specific formula for HRT of SBR (Sequencing Batch Reactor) was inferred, and the error of currently calculated HRT was analyzed. The result showed that maximum relative error ( $r_{\max}$ ) was exclusively determined by feed rate ( $\beta$ ); and correlated with it positively. Given a typical  $\beta$  of 0.4, the  $r_{\max}$  reaches 25%.

**Key words:** exit-age distribution function; stimulus response experiment; variable flow rate; sequencing batch reactor; hydraulic retention time

序批式反应器(Sequencing Batch Reactor, 简称 SBR)曾经因操作复杂而被连续流式反应器取代. 随着自动控制技术的迅速发展, 从 20 世纪 70 年代起, SBR 重新得到重视, 现在得到了十分广泛的应用. 国内外资料表明<sup>[1-3]</sup>, 对 SBR 的研究已取得不少成果, 但重点集中在运行方式、工艺特性及各种变型(如 CAST、ICEAS)等方面, 还有许多问题没有很好地解决, 比如 SBR 的水力停留时间及与之相关的反应速度、有机负荷等参数无法与连续流式反应器的相应参数直接比较. 目前, 能够被广为接受的设计方法尚未建立, 设计参数的选择带有很大的盲目性, 要建立与连续流式反应器统一的反应器理论十分困难. 作为 SBR 的一个基本参数, SBR 的水力停留时间与上述问题存在着密切关系. 在理论上得到 SBR 的水力停留时间将为解决它们提供可能. 因此, 探求 SBR 的水力停留时间具有基础性意义. 本文从液龄分布函数入手对其进行探讨.

## 1 概述

根据化工反应器理论, 对于一个给定的反应器, 要知道它的理论(或实际)水力停留时间, 应该先根据刺激响应实验原理分析(或实测)得到液龄分布函数, 然后用下式计算<sup>[4]</sup>:

$$\bar{t} = \int_0^{\infty} tE(t) dt \quad (1)$$

式中:  $\bar{t}$  ——水力停留时间, s;  $E(t)$  ——液龄分布函数,  $s^{-1}$

收稿日期: 2002-06-25; 修订日期: 2002-10-12

作者简介: 王文标(1971—), 男, 博士生, E-mail: wang-wenbiao@sohu.com.

事实上,实测的结果只能说明一般反应器中的液体流态与理想流态之间的差异,与本文主题关系不大.在流量恒定的条件下,通常直接采用“反应器体积/流量”作为水力停留时间,它实际上是理论停留时间,即在假设理想流态的前提下,分析出液龄分布函数,然后按式(1)积分得到,而不是真正通过刺激响应实验测出来的.因此,对于序批式反应器,我们相应地只讨论它的理论水力停留时间(以下简称水力停留时间).

## 2 水力停留时间通用计算公式的推导

### 2.1 通用积分式的推导

理论研究表明<sup>[5]</sup>,当出水流量  $Q_c$  是时间  $t$  的函数时,液龄分布函数是一个二元函数,见图1(图中  $E(t, \tau)$ 、 $t$  均非负),并且对任意的流出液体微元进行物料衡算可得

$$E(t, \tau) = Q_c(\tau) C(t, \tau) / m \quad (2)$$

式中: $E(t, \tau)$ 为液龄分布函数,  $s^{-1}$ ;  $Q_c(\tau)$ 为出流的流量, L/s;  $C(t, \tau)$ 为出流中的示踪剂浓度, g/L;  $m$ 为示踪剂的总投加量, g

因为  $Q_c(\tau)$ 一般不恒定,所以各个时刻加入示踪剂后测出的  $E(t, \tau)$ 将不一样.对某一时刻  $t$ ,  $E(t, \tau)$ 仅是  $\tau$ 的函数,可定义为瞬间的液龄分布函数.液龄分布函数不同,则液体微元的水力停留时间  $\bar{t}$ 一般就不同,与式(1)类似可得

$$\bar{t} = \int_0^{\infty} t E(t, \tau) d\tau \quad (3)$$

$\bar{t}$ 仍是  $t$ 的函数,欲求一段时间  $t = [a, b]$ 内进水的平均停留时间,需对  $t$ 求平均值,即

$$\bar{t} = \frac{\int_a^b \bar{t} Q_i d\tau}{\int_a^b Q_i d\tau} \quad (4)$$

这里:(1)对于一定的  $t$ ,  $Q_c$ 是常数,进水流量  $Q_i$ 也是常数,即  $Q_i$ 也是  $\tau$ 的一元函数,  $Q_i = Q_i(\tau)$ ;(2)  $t = [a, b]$ 间进入的水在出水中是不可与其它水区分的,但它全部流出(近似)后即存在一个停留时间;(3)  $[a, b]$ 区间可扩大为无限区间.将(3)式代入(4)式得:

$$\bar{t} = \frac{\int_a^b \left( \int_0^{\infty} t E(t, \tau) d\tau \right) Q_i d\tau}{\int_a^b Q_i d\tau} = \int_0^{\infty} t \left( \frac{\int_a^b E(t, \tau) Q_i d\tau}{\int_a^b Q_i d\tau} \right) d\tau \quad (5)$$

令 
$$\bar{E}(t) = \frac{\int_a^b E(t, \tau) Q_i d\tau}{\int_a^b Q_i d\tau} \quad (6)$$

则 
$$\bar{t} = \int_0^{\infty} t \bar{E}(t) dt \quad (7)$$

比较式(1)和式(7)可知,  $\bar{E}(t)$ 也是一种液龄分布函数,但它是  $[a, b]$ 区间内所有入流液体的平均液龄分布函数.

### 2.2 通用离散式的推导

对式(4)和式(6)还可以分别写出离散式.设  $[a, b]$ 时间间隔划分为  $n$ 个等长的时间微元,则这段时间进入的液体也被划分为相应的  $n$ 个微元.令  $\tau = a + \Delta\tau, a + 2\Delta\tau, \dots, a + j\Delta\tau, \dots, b$ 时,  $Q_i$ 分别为  $Q_{i1}, Q_{i2}, \dots, Q_{ij}, \dots, Q_{in}$ ;  $E(t, \tau)$ 分别为  $E(t, a + \Delta\tau), E(t, a + 2\Delta\tau), \dots, E(t, a + j\Delta\tau), \dots, E(t, b)$ ,依次简记为  $E_1(t), E_2(t), \dots, E_j(t), \dots, E_n(t)$ ;  $\bar{t}$ 分别为  $\bar{t}_1, \bar{t}_2, \dots, \bar{t}_j, \dots, \bar{t}_n$ .则:

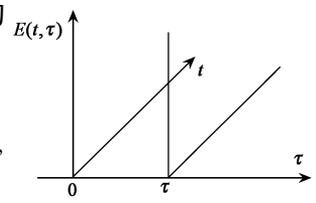


图1  $E(t, \tau)$ 曲线  
Fig.1  $E(t, \tau)$  curve

$$\bar{t} = \left[ \sum_{j=1}^n \bar{t}_j Q_{ij} \right] / \left[ \sum_{j=1}^n Q_{ij} \right] = \left[ \sum_{j=1}^n \bar{t}_j Q_{ij} \right] / \left[ \sum_{j=1}^n Q_{ij} \right] \quad (8)$$

$$\bar{E}(t) = \left[ \sum_{j=1}^n E_j(t) Q_{ij} \right] / \left[ \sum_{j=1}^n Q_{ij} \right] = \left[ \sum_{j=1}^n E_j(t) Q_{ij} \right] / \left[ \sum_{j=1}^n Q_{ij} \right] \quad (9)$$

对  $Q_i = 0$  的微元(不含液体),  $E(t)$  和  $\bar{t}$  取任何值均不影响计算结果, 因此  $E(t)$  和  $\bar{t}$  可取任意值.

要准确求得一般情况下某部分入流液体的平均停留时间, 需要做无限多次刺激相应实验, 显然这是不可能的. 即使采用近似的方法即将其分割成有限个微元, 也须进行多个实验, 因对每个微元需进行一次实验(不能同时进行), 若只用一个反应器, 则流量变化过程需多次重复.

对于废水处理反应器, 在流量变化不大或为简单函数的情况下, 通过假设理想流态, 经常可以直接通过数学方法得出平均停留时间. 特别是对 SBR, 进水或出水一般为矩形波, 问题将变得简单.

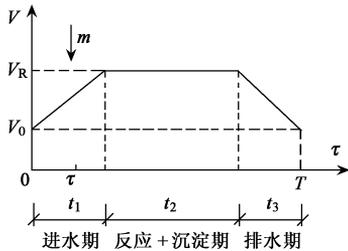


图2 反应器内液体体积变化过程

Fig.2 Change of liquid bulk in the reactor

### 3 SBR的水力停留时间探讨

#### 3.1 基本计算公式的推导

假设反应器最高、最低水位时的液体体积分别为  $V_R$ 、 $V_0$ , 其充水比为  $\alpha$ , 泥水比为  $\beta$ , 即

$$\alpha = (V_R - V_0) / V_R = 1 - \beta \quad (10)$$

一个周期分为进水期( $t_1$ )、反应+沉淀期( $t_2$ )、排水期( $t_3$ )三个阶段. 进水流量恒定为  $Q_i$ , 排水流量恒定为  $Q_e$ , 则反应器内液体体积变化曲线如图2所示.

从前述讨论已知, 不进水期间  $\bar{t}$  可取任意值, 因此示踪剂  $m$  只需在进水期的任意时刻投加即可(见图2). 逐个考察投加示踪剂后的出水浓度:

第一次出水浓度为(本应记作  $C_1(t, \tau)$ ), 但这里简记为  $C_1$ , 以下类似)  $C_1 = m / V_R$  (11)

第二次出水浓度为  $C_2 = C_1 (V_0 / V_R) = C_1 \beta$  (12)

.....第  $n$  次出水浓度为

$$C_n = C_{n-1} (V_0 / V_R) = C_1 \beta^{n-1} \quad (13)$$

上述浓度变化过程见图3.

根据式(3)和式(1), 得

$$\begin{aligned} \bar{t} &= \frac{Q_e}{m} \int_0^T t C(t, \tau) dt = \frac{Q_e}{m} \left[ \int_{T-t_3}^T t C_1 dt + \int_{T-t_3-t_2}^{T-t_3} t C_2 dt + \dots + \int_{nT-t_3}^{nT-t_3-t_2} t C_n dt + \dots \right] \\ &= \dots = \frac{Q_e}{m} \frac{t_3}{2} C_1 [2T(1 + 2\beta + \dots + \beta^{n-1} + \dots) - (2t_2 + t_3)(1 + \beta + \dots + \beta^{n-1} + \dots)] \\ &= \frac{1}{2} [2T - (2t_2 + t_3)] \end{aligned} \quad (14)$$

将式(14)代入式(4)得

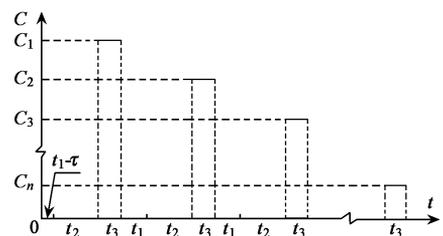


图3 SBR出水示踪剂浓度变化过程

Fig.3 Variety of tracker concentration in effluent of SBR

$$\bar{t} = \frac{1}{t_1} \int_0^{t_1} t d = \frac{1}{2} \frac{t_1}{t_1} [2T - (2 + t_3)] d = \frac{1}{2} [(2 - ) t_1 + 2t_2 + (2 - ) t_3] \quad (15)$$

上式是 SBR 水力停留时间的基本计算公式. 它是通过理论推导得出的结果, 但这并不影响它的应用价值, 因为在恒定流量条件下, 我们对一般反应器(非理想流态)通常也直接采用理论值  $v/Q$ , 而不是实测值.

考察式(15)可知, (1) 当  $T$  一定时,  $\bar{t}$  随着  $t_1$ 、 $t_2$  和  $t_3$  的增大而单调递增; (2) 当  $t_1$ 、 $t_2$ 、 $t_3$  一定时, 情况如下: 若  $\alpha < 0$ , 则  $\bar{t} \rightarrow \infty$ , 此时反应器既不进水也不出水, 停留时间无限长; 若  $\alpha = 1$ , 则  $\bar{t} = \frac{1}{2} t_1 + t_2 + \frac{1}{2} t_3$ , 它由进水时间的一半、反应 + 沉淀时间及出水时间的一半三部分组成, 与直观分析得出的结果一样; 若  $0 < \alpha < 1$ , 则  $\bar{t}$  随  $\alpha$  递增而单调递减, 见图 4.

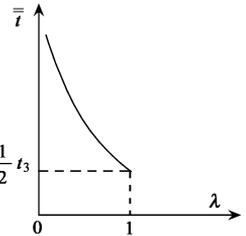


图 4  $\bar{t}$  与  $\alpha$  的关系(当  $t_1$ 、 $t_2$ 、 $t_3$  一定时)

Fig. 4 Relationship between  $\bar{t}$  and  $\alpha$  while  $t_1$ ,  $t_2$  and  $t_3$  were fixed

### 3.2 与现有水力停留时间计算方法的比较

目前, 在有关 SBR 的资料中<sup>[6,7]</sup>, 当涉及水力停留时间时, 常常只提及水力停留时间概念, 不指明其确切含义, 或按以下方法估算: (1) 将某一操作阶段或其组合作为水力停留时间; (2) 用各单元池体积之和与总进水流量的比值作为水力停留时间, 即  $\bar{t} = nV_R/Q_i$  (16) 式中:  $n$  ——SBR 单元池个数, 其余同前.

上述第一种方法认为水力停留时间与反应器体积无关, 显然不符合实际情况. 第二种方法没有考虑 SBR 内的液体体积是不断变化的, 仍然用最高水位时的体积来计算水力停留时间, 缺乏理论根据, 其计算结果也就与连续流式反应器的水力停留时间没有可比性. 而式(15)中的  $\bar{t}$  与连续流式反应器的水力停留时间推导原理是一样的: 先分析理想流态下反应器的液龄分布函数, 然后根据数理统计的有关知识, 按式(1)进行积分得到水力停留时间, 因此两者是统一的. 以  $r$  计算水力停留时间的相对误差为

$$r = \left( \frac{\bar{t} - \bar{t}}{\bar{t}} \right) / \bar{t} = \frac{1}{2} (t_1 + t_3) / \left[ \frac{T}{2} - \frac{1}{2} (t_1 + t_3) \right] \quad (17)$$

考察上式知道, (1)  $r$  恒为非负值, 这一点容易得到解释: SBR 有效的体积应比  $V_R$  小, 因此实际水力停留时间应比  $\bar{t}$  小; (2) 若固定周期  $T$  和充水比  $\alpha$ , 则  $r$  会随着  $t_1 + t_3$  的增大而增大.

当  $t_1 + t_3 = T$  (即  $t_2 = 0$ ) 时,  $r$  达到最大值  $r_{\max}$ :  $r_{\max} = \frac{1}{2 - \alpha}$  (18)

$r_{\max}$  仅与  $\alpha$  有关.  $\alpha$  越大则  $r_{\max}$  越大,  $r_{\max}$  最大可达 100%. 取典型值  $\alpha = 0.4$ , 则  $r_{\max} = 25\%$ .

实际上, SBR 通常由几个池子作为一组来处理连续进水, 因而  $t_1$  与  $t_2$ 、 $t_3$  之间还存在制约关系, 但这并不影响上述讨论结果.

### 参考文献:

- [1] 刘永淞, 陈纯. SBR 法工艺特性研究[J]. 中国给水排水, 1990, (6): 5—11
- [2] Mervyn C, 朱明权, Wutscher K. 循环式活性污泥法(CAST)的应用及其发展[J]. 中国给水排水, 1996, (6): 4—9.
- [3] 杨琦, 刘建林, 赵建夫, 等. 序批式活性污泥工艺(SBR法)设计与运行控制理论探讨[J]. 给水排水, 1996, 22(10): 23—25
- [4] 许保玖. 当代给水与废水处理原理(第二版)[M]. 北京: 高等教育出版社, 1992. 49—51, 78—95
- [5] 王文标, 刘鸿霞. 对液龄分布函数定义的思考及其推论[J]. 同济大学学报, 2003, (7): 857—860
- [6] 刘义, 邵凯, 张兆昌. 水解酸化——SBR 工艺处理啤酒废水的试验研究[J]. 中国给水排水, 1997, (1): 26—29
- [7] 李道棠, 赵敏钧. 深井曝气——ICEAS 技术在抗菌素制药废水处理中的应用[J]. 给水排水, 1996, (3): 21—22