考虑可靠度的配水系统优化设计

中国航空工业规划设计院 范懋功编译

一、可靠度指标

管段i的可靠度定义为在使用年限τ内无故障工作的概率，用函数 $R_i(\tau)$ 表示。管段i的故障强度λ_i定义为管段i无故障工作到时间τ，紧接着在短时间内发生故障的概率，管段的故障强度为管长 l_i 和管径 d_i 的函数。使用年限τ 内给水管网管段可靠度服从指数分布规律。

$$R_i(\tau)=e^{-\tau\lambda_i}$$

管网节点j的可靠度可分2个位级，即在正常状态下和在事故状态下保证节点规定用水量的可靠度：

1. 供给节点 j 100%设计用水量的可靠度，R_j^{100}；

2. 供给节点 j事故水量（ψ%设计用水量）的可靠度，R_j^{ψ}，

设计给水管网系统时节点可靠度标准采用下列 3 个参数：

ψ_j——在事故时容许降低供水量标准，以容许最低供水量和设计最高时用水量之比表示，一般为50—100%，机械制造厂采用70%。

N_j^{100}—供给节点 j 100%设计用水量可靠度标准，即系统在一定运行时期内正常条件下无故障供水的概率。

N_j^{ψ}—供给节点 j ψ%设计用水量的可靠度标准，即在事故时供应不低于 ψ %设计用水量条件下无故障供水的概率。

节点 j 供水可靠度 R_j 根据从水泵站（配水源）到该节点 j 供水路径的可靠度 R_{sj} 计算，即

$$R_j^{100}=\prod_{sj=1}^{sj}R_{sj},\qquad R_{sj}=\prod_{i\in sj}R_i$$

式中 R_{sj}—用水节点 j 供水路径 Sj＝1，……Sj 的可靠度，当给水管网系统为枝状时，

$$Sj=1,\quad R_j^{100}=\prod_{i\in s_j}R_i\ 。$$

$$R_j^{\psi}=1-\prod_{sj=1}^{s_j}(1-R_{sj})\qquad \text{枝状系统}\ R_j^{\psi}=0$$

利用上述算式时要确定每一节点j∈J的所有供水路径。当$R_j^{100}<N_j^{100}$时则节点j称为不可靠的节点，用J^{ψ}表示：

$$J^{\psi}=\{j:R_j^{100}<H_j^{100}\}$$

确定可靠度标准时应遵守$N_j^{100}<N_j^{\psi}$，管网各节点的可靠度应满足条件：

$$R_j^{100}>N_j^{100},\quad R_j^{\psi}\geqslant N^{\psi}。$$

二、考虑可靠度的数学模型

优化设计考虑可靠度时应列出可靠度的约束条件再加以未定乘数引入目标函数。

可靠度约束条件：

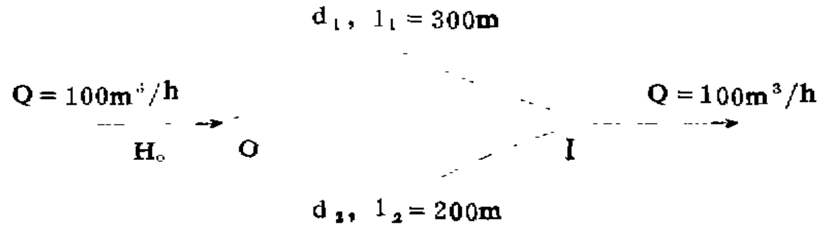
$$R_j^{100}\geqslant N_j^{100},\qquad R_j^{100}=\prod_{sj=1}^{sj}R_{s}。$$

$$R_j^{\psi}=1-\prod_{sj=1}^{sj}\left(1-\prod_{i\in sj}R_i\right)\geqslant N_j^{\psi}$$

目标函数和其他约束条件与一般优化设计相同。

三、例　题

用下列单环双管配水管网作为例题，说明优化设计时考虑可靠度的方法。



设计参数：

基建投资效果系数$E=0.12$；

管网每年折旧和大修折算率$f_c=0.033$；

电费0.04货币单位/$KW\cdot h$；

泵　　效　　率　$\eta=0.7$；

用水不均匀系数　$r=1$；

管 网 费 用 函 数　$c=8.4+107d^{1.6}$；

水 力计算 公 式　$h=0.134\times10^{-8}\frac{lq^2}{d^{5.3}}$

式中　h—水头损失，m；

l—管段长度，m；

q—管段流量，m^3/h；

d—管径，m；

目标函数

$$Z=(f_0+E)\left[(a+bd_1^{\alpha})\cdot l_1+(a+bd_2^{\alpha})\cdot l_2\right]+\frac{8760\times 0.04}{367.2\times 0.7}Q\cdot H_0$$

$$=(0.033+0.12)\left[(8.4+107d_1^{1.6})\times 300+(8.4+107d_2^{1.6})\times 200\right]+1.3632Q\cdot H_0$$

$$=642.6+4911.3d_1^{1.6}+3274.2d_2^{1.6}+1.3632\cdot Q\cdot H_0$$

把流量连续方程和能量平衡方程约束条件并入目标函数。

$$q_1+q_2=Q=100$$

$$h_1=h_2\quad 则\ \frac{l_1q_1^2}{d_1^{5.3}}=\frac{l_2q_2^2}{d_2^{5.3}},\quad \frac{300q_1^2}{d_1^{5.3}}=\frac{200q_2^2}{d_2^{5.3}}$$

$$1.5d_2^{5.3}q_1^2=d_1^{5.3}q_2^2,\quad \sqrt{1.5d_2^{5.3}}\,q_1=\sqrt{d_1^{5.3}}\,q_2$$

$$q_1=\frac{\sqrt{d_1^{5.3}}}{\sqrt{1.5d_2^{5.3}}}q_2$$

$$q_1+q_2=\frac{\sqrt{d_1^{5.3}}}{\sqrt{1.5d_2^{5.3}}}q_2+q_2=\frac{\sqrt{d_1^{5.3}}+\sqrt{1.5d_2^{5.3}}}{\sqrt{1.5d_2^{5.3}}}q_2=100$$

$$q_2=\frac{100\sqrt{1.5d_2^{5.3}}}{\sqrt{1.5d_2^{5.3}}+\sqrt{d_1^{5.3}}}$$

$$h_2=0.134\times 10^{-9}\frac{q_2^2l_2}{d_2^{5.3}}=0.134\times 10^{-9}\times\frac{(100\sqrt{1.5d_2^{5.3}})^2\times 200}{(\sqrt{1.5d_2^{5.3}}+\sqrt{d_1^{5.3}})^2\times d_2^{5.3}}$$

$$=0.402\times 10^{-3}\times\frac{1}{(\sqrt{1.5d_2^{5.3}}+\sqrt{d_1^{5.3}})^2}$$

$$Z=642.6+4911.3d_1^{1.6}+3274.2d_2^{1.6}+1.3632\times 100\cdot 0.402\times 10^{-3}\frac{1}{(\sqrt{1.5d_2^{5.3}}+\sqrt{d_1^{5.3}})^2}$$

$$=642.6+4911.3d_1^{1.6}+3274.2d_2^{1.6}+\frac{0.0548}{(\sqrt{1.5d_2^{5.3}}+\sqrt{d_1^{5.3}})^2}$$

由于节点1为双向供水，应满足约束条件 $R_1^{100}\geqslant N_1^{100}$。

$$R_1^{100}=\prod_{i=1}^{2}R_i=\prod_{i=1}^{2}e^{-\tau\lambda_i}$$

用最小二乘法得出与管长（km）和管径（m）有关的故障强度计算式：

$\lambda(l, d) = [0.073 - 0.086(d - 0.1)^{0.16}] \times l$

设使用年限 $\tau = 20$年，则

$R_l^{100} = \exp[-0.73 + 0.516(d_1 - 0.1)^{0.16} + 0.344(d_2 - 0.1)^{0.16}]$

建立拉格朗日函数

$$\phi(d_1, d_2, \Lambda) = Z + \Lambda(N_l^{100} - R_l^{100}) = 642.6 + 4911.3 d_1^{1.6} + 3274.2 d_2^{1.6} + \frac{0.0548}{(\sqrt{d_1^{5.3}} + \sqrt{1.5 d_2^{5.3}})^2} + \Lambda[N_l^{100} - \exp(-0.73 + 0.516(d_1 - 0.1)^{0.16} + 0.344(d_2 - 0.1)^{0.16})]$$

求拉格朗日函数对d_1、d_2和Λ的偏导数并等于零

$$\frac{\partial \phi}{\partial d_1} = 7858.08 d_1^{0.6} - \frac{0.2904 d_1^{1.65}}{(\sqrt{d_1^{5.3}} + \sqrt{1.5 d_2^{5.3}})^3} - \frac{0.0826\Lambda}{(d_1 - 0.1)^{0.84}} \cdot \exp[-0.73 + 0.516(d_1 - 0.1)^{0.16} + 0.344(d_2 - 0.1)^{0.16}] = 0;$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial d_2} = 5238.72 d_2^{0.6} - \frac{0.3557 d_2^{1.65}}{(\sqrt{d_1^{5.3}} + \sqrt{1.5 d_2^{5.3}})^3} - \frac{0.055\Lambda}{(d_2 - 0.1)^{0.84}} \cdot \exp[-0.73 + 0.516(d_1 - 0.1)^{0.16} + 0.344(d_2 - 0.1)^{0.16}] = 0;$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial \Lambda} = N_l^{100} - \exp[-0.73 + 0.516(d_1 - 0.1)^{0.16} + 0.344(d_2 - 0.1)^{0.16}] = 0$$

设　$N_l^{100} = 0.9$，　$N_l = 0.99$　解上述方程组得：

$d_1 = 0.232m$，$d_2 = 0.24m$。选取标准管径，$d_1 = d_2 = 0.25m$。

求$R_l^{100} = \exp[-0.73 + 0.516(0.25 - 0.1)^{0.16} + 0.344(0.25 - 0.1)^{0.16}] = 0.91$

满足$R_l^{100} \geqslant N_l^{100}$条件。

求R_l

$R_l = 1 - (1 - R_{s,1})(1 - R_{s,2}) = 1 - (1 - 0.96)(1 - 0.95) = 0.998$

满足$R_l > N_l$条件。

（原载苏联1985年《水力管路理论》）