

排水管网优化坡度设计计算

刘 遂 庆

(同济大学污染控制与资源化国家重点实验室,上海 200092)

摘要 在满管流或水面平接非满管流多管段排水管网中,各管段在交汇节点上的水位高程相等,可以归纳为能量连续的排水设计管段。以最小工程造价为目标函数,充分利用设计管网起端至终点之间可利用最大水位差为输水能量,以设计规范规定为约束条件,建立排水管网优化设计坡度数学模型,求解各管段的经济坡度和优化管径。

关键词 排水管道系统 能量连续 优化数学模型 最大水位差 最小工程造价 优化设计坡度

Optimization design of conduit slope in drainage system

Liu Suiqing

(State Key Laboratory of Pollution Control and Resource Reuse,
Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract : In drainage system with full or partially full flows, the water levels at each junction are equal, which can be classified as continuous energy flows. A mathematical model for optimizing the slopes of pipelines was established, by using the minimum construction cost of pipelines as an objective function and the maximum available water level difference as energy for water flows. Providing the criterion of design is known, the economical slopes and optimal diameters of pipelines can be obtained from the solution of the mathematical model.

Keywords : Drainage pipelines system; Energy continuity; Optimized mathematical model; Maximum available water level difference; Minimum construction cost; Optimized design slopes

0 前言

排水管道系统设计中,各管段设计流量已知,水流以重力流方式输送,雨水管道按满管流设计,污水管道按非满管流设计。在一条设计管道上,可以充分利用该管道中起端至终点间可以利用的最大水位差作为输水能量,以满足设计规范规定为设计条件,最大可能地节约管道的造价费用。

该排水管道中各管段在交汇节点上水位相等,亦即水流的输送能量相等,本文定义其为能量连续的排水系统,如图 1 所示。在排水管道布置和管段流量已知条件下,建立以工程造价最小为目标函数的优化设计数学模型,求解各管段的经济管径,可以得到污水或雨水排水管道系统优化设计方案。

量、效率、成本等因素的要求逐渐提高,对现有的生产运行管理模式有必要进行深入思考和大胆尝试。市北桃浦生产管理系统的运用是排水企业在生产运行管理上主动求变的举措,虽然取得了一定的成果,但仍然有很多地方有待提高和继续完善。无论是管理方式、还是信息技术都需要依托管理实践继续提升。

□ 通讯处:201103 上海市紫藤路 99 弄 16 号 上海昊沧
系统控制技术有限责任公司 范岳峰

电话:13701948811

E-mail:joooh@vip.sina.com

收稿日期:2008-02-18

修回日期:2008-03-30

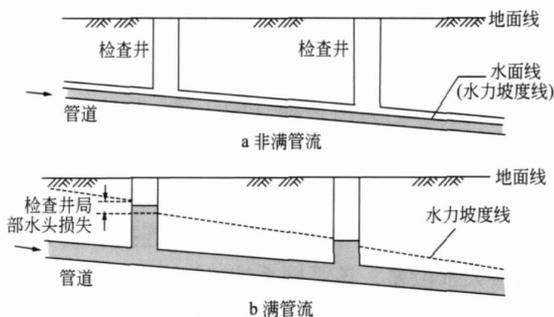


图1 圆形管道非满管流和满管流能量连续示意

1 排水管道造价公式

1.1 排水管道造价指标

排水管道的造价指标是排水管网工程投资费用计算的重要依据。建设部1996年发布的《全国市政工程投资估算指标》^[1]中,给出了不同管径、埋深和管道基础设置条件下的排水管道工程造价概算具体指标,其中,在湿土中施工敷设的常用承插式混凝土和钢筋混凝土排水管道的单位长度造价概算指标如表1所示。

表1 承插式混凝土和钢筋混凝土排水管道概算指标基价(单位:元/100 m)

管径 /mm	90 混凝土 基础(湿土)		135 混凝土 基础(湿土)			加权 平均值
	1	2	3	4	5	
	H 2 m	H 4 m	H 4 m	H 6 m	H 8 m	
200	39 643	74 155	—	—	—	45 000
300	40 913	79 780	81 494	325 759	—	60 000
400	44 229	85 468	87 234	333 588	—	65 000
500	53 559	100 092	102 926	353 888	—	76 000
600	58 597	106 884	110 551	363 601	—	83 000
700	66 100	117 302	121 922	377 343	—	100 000
800	72 702	126 094	132 223	389 319	—	180 000
900	84 357	144 106	151 769	414 011	—	200 000
1 000	—	154 557	—	428 227	557 711	290 000
1 100	—	179 540	—	456 840	591 330	320 000
1 200	—	192 026	—	472 411	609 733	428 000
1 350	—	235 464	—	537 558	692 046	490 000
1 500	—	282 056	—	594 324	756 077	510 000

根据不同管径的埋深在实际排水工程中出现的概率统计,可以近似应用加权平均方法,计算不同管径的平均埋深造价概算指标,见表1的末列加权平均值。

1.2 排水管道造价公式

分析表1中同一列的造价数据,在一定的埋深

范围内,排水管道的造价随着管径的增大而增大,可以整理得到与给水管网造价公式^[2]形式相同的排水管道造价函数式:

$$C = a + bD \quad (1)$$

式中 C ——造价指标,元/m;

D ——管径,m;

a, b ——曲线拟合常数和指数。

由表1中造价指标数据进行式(1)的曲线拟合计算,可以分别得出下列排水管道造价公式:

$$C_1 = 360 + 586D^{1.9} \quad (2)$$

$$C_2 = 712 + 901D^2 \quad (3)$$

$$C_3 = 675 + 976D^{1.6} \quad (4)$$

$$C_4 = 3\ 157 + 1\ 195D^2 \quad (5)$$

$$C_5 = 3\ 918 + 1\ 616D^2 \quad (6)$$

$$C_6 = 150 + 2\ 530D^{1.9} \quad (7)$$

式(2)~式(7)的曲线如图2所示。

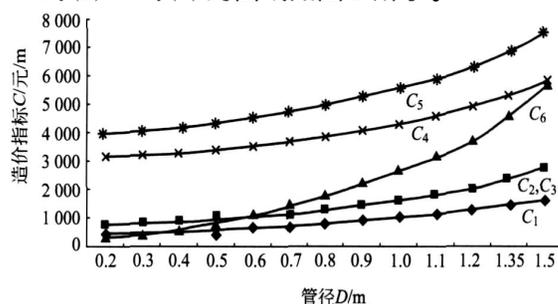


图2 排水管道造价指标基价拟合曲线

如果一条设计管道中所有管段的埋深均在同一埋深范围内,可以选择上述对应的一个造价公式,作为排水管网造价的连续函数。

在排水管网规划设计时,规划覆盖区域范围较广,管道埋深和管道基础的要求不能完全确定。这时,采用式(7),应具有较好的造价估算参考作用,可作为经济比较依据,同时该式也具有较好的埋深平均意义。

2 排水管网优化设计数学模型

2.1 目标函数和约束条件

排水管网优化设计数学模型采用管道造价费用作为目标函数,求解该目标函数的极小值,是具有线性约束条件的非线性数学最优化模型,具体目标函数为:

$$\min F = \sum_{i=1}^m [(a + bD_i) l_i] \quad (8)$$

式中 F ——排水管道系统总费用,元;
 i ——管道序号;
 m ——管段总数;
 l_i ——管段长度,m。

约束条件为可利用最大水位差和设计规范规定,可写成如下线性表达式:

$$\begin{cases} I_{\min} & I_i & I_{\max} \\ v_{\min} & v_i & v_{\max} \\ H_{\min} & H_{i1} & H_{\max} \\ H_{\min} & H_{i2} & H_{\max} \\ (h/D)_{\min} & (h/D)_i & (h/D)_{\max} \\ v_i & v_{iu} \\ D_i & D_{iu} \\ D_i & D_{\text{标}} \\ m & m \\ h_{fi} = \sum_{i=1}^m I_i l_i = H \end{cases} \quad (9)$$

式中 I_{\min} ——最小允许设计坡度;
 v_{\min} ——最小允许设计流速,m/s;
 H_{\min} ——最小允许埋深,m;
 $(h/D)_{\min}$ ——最小允许设计充满度;
 I_{\max} ——最大允许设计坡度;
 v_{\max} ——最大允许设计流速,m/s;
 H_{\max} ——最大允许埋深,m;
 $(h/D)_{\max}$ ——最大允许设计充满度;
 H_{i1} 、 H_{i2} ——管段 i 上、下端埋设深度,m;
 I_i ——管段 i 的设计坡度;
 v_i ——管段 i 的设计流速,m/s;
 $(h/D)_i$ ——管段 i 的设计充满度;
 D_i ——管道 i 的管径,m;
 v_{iu} ——与管段 i 相邻上游管段的流速最大值,m/s;
 D_{iu} ——与管段 i 相邻上游管段的管径最大值,m;
 $D_{\text{标}}$ ——标准规格管径集;
 h_{fi} ——管段水位落差,m;
 H ——设计管段中起端至终点可以利用的最大水位差,m。

2.2 设计排水管段最大可利用水位差

设计排水管段的已知设计参数是各管段的设计流量和最大可利用水位差,分别用 q_i 和 H 表示。

如图3所示排水管网,主干管由管段[1]、[2]、[3]、[4]、[5]和[6]组成,而管段[7]、[8]、[9]和管段[10]、[11]、[12]为两条独立的干管,分别构成3条设计排水管段。节点1到7的设计管段需要利用系统中最大的水位落差,而其他两条设计管段则分别利用其起点8和11和它们与主干管连接节点4和6处的最大水位差。该管网系统可以分为三条设计管段,分别利用它们的最大可利用水位差进行管段的优化设计。

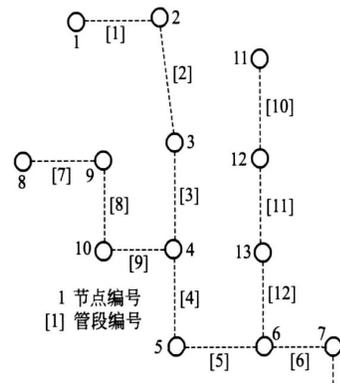


图3 排水管网设计管段

假定各设计管段的可利用高差分别为 H_1 、 H_2 和 H_3 ,各设计管段的管段数为 MP_i 。

则各设计管段中的管段水力坡度 I_i 应满足其所在管段的可利用水位差 H_j , $j=1,2,3$,表达式如下:

$$h_{fi} = \sum_{i=1}^{MP_1} I_i l_i = H_1 \quad (\text{选定管段:节点 } 1 \sim 7) \quad (10)$$

$$h_{fi} = \sum_{i=1}^{MP_2} I_i l_i = H_2 \quad (\text{选定管段:节点 } 8 \sim 6) \quad (11)$$

$$h_{fi} = \sum_{i=1}^{MP_3} I_i l_i = H_3 \quad (\text{选定管段:节点 } 11 \sim 6) \quad (12)$$

2.3 非满管流排水管段优化坡度

圆形管道中的非满管流水力计算的目的在于确定管道的流量、流速、断面尺寸、充满度和坡度之间的水力关系见图4。设管段的初始充满度为 y/D , 则有水流中心夹角 公式:

$$= 2\arccos(1 - 2y/D) \quad (13)$$

式中 θ ——水流中心夹角,弧度;

y ——水深,m;

D ——管道直径,m。

排水管道流速公式:

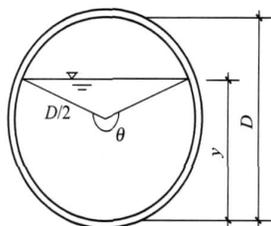


图4 充满度与水流中心夹角示意

$$v = \frac{1}{n} R^{\frac{2}{3}} I^{\frac{1}{2}} \quad (14)$$

式中 v ——管道流速, m/s;
 R ——水力半径, m;
 I ——管道水力坡度;
 n ——管道摩阻系数。

根据式(14), 在管段流量 q 已知的条件下, 可得:

$$q = vA = \frac{1}{n} R^{\frac{2}{3}} I^{\frac{1}{2}} A \quad (15)$$

式中 A ——管道水流断面面积, m^2 。

水流断面面积 A 、水力半径 R 、管径 D 和水流中心夹角 ϕ 的函数表达式如下:

$$A = \frac{D^2}{8} (1 - \sin \phi) \quad (16)$$

$$R = \frac{D}{4} \left(\frac{1 - \sin \phi}{2} \right) \quad (17)$$

将式(16)和式(17)代入式(15), 得:

$$q = \frac{1}{n} R^{\frac{2}{3}} I^{\frac{1}{2}} A = \frac{1}{n} I^{\frac{1}{2}} \left[\frac{D}{4} \left(\frac{1 - \sin \phi}{2} \right) \right]^{\frac{2}{3}} \times \left[\frac{D^2}{8} (1 - \sin \phi) \right] = \frac{(1 - \sin \phi)^{\frac{5}{3}}}{20.16n^{\frac{2}{3}}} I^{\frac{1}{2}} D^{\frac{8}{3}} \quad (18)$$

由(18)可得:

$$D = \left[\frac{20.16n^{\frac{2}{3}} q}{(1 - \sin \phi)^{\frac{5}{3}}} \right]^{\frac{3}{8}} I^{-\frac{3}{16}} \quad (19)$$

令:
$$q_{\phi} = \frac{20.16n^{\frac{2}{3}} q}{(1 - \sin \phi)^{\frac{5}{3}}} \quad (20)$$

式(19)可简写为:

$$D = q_{\phi}^{\frac{3}{8}} I^{-\frac{3}{16}} \quad (21)$$

可见, 当管段流量 q 、管道摩阻系数 n 和管内水流中心夹角 ϕ 已知时, q_{ϕ} 为已知。

对于管段 i , 其管径 D 、坡度 I 和 q_{ϕ} 分别用 D_i 、坡度 I_i 和 $q_{\phi i}$ 表示, 则:

$$D_i = q_{\phi i}^{\frac{3}{8}} I_i^{-\frac{3}{16}} \quad (22)$$

将式(22)代入目标函数式(8), 得:

$$\min F = \sum_{i=1}^m (a l_i + b q_{\phi i}^{\frac{3}{8}} I_i^{-\frac{3}{16}} l_i) \quad (23)$$

式中 $q_{\phi i}$ ——管段 i 的 q_{ϕ} 。

式(23)即为求解管道优化坡度的目标函数式, 其中 I_i 需要满足可利用水位差 H 的约束条件, 即:

$$\sum_{i=1}^m I_i l_i = H \quad (24)$$

应用条件极值原理, 可以写出求解管道优化坡度 I_i 的拉格朗日函数:

$$W = \sum_{i=1}^m (a l_i + b q_{\phi i}^{\frac{3}{8}} I_i^{-\frac{3}{16}} l_i) + \left[\sum_{i=1}^m I_i l_i - H \right] \quad (25)$$

写出 W 对 I_i 的偏导数, 并令其等于 0, 得:

$$\frac{\partial W}{\partial I_i} = -\frac{3}{16} b q_{\phi i}^{\frac{3}{8}} I_i^{-\left(\frac{3}{16}+1\right)} l_i + l_i = 0 \quad (26)$$

令

$$q_{1\phi i} = \frac{3}{16} b q_{\phi i}^{\frac{3}{8}} \quad (27)$$

$$= -\left[\frac{3}{16} + 1 \right] \quad (28)$$

则式(26)可以简化为:

$$-\frac{\partial W}{\partial I_i} / l_i = q_{1\phi i} I_i - = 0 \quad (29)$$

由此可得, 在重力流排水管道上各管段的 $q_{1\phi i} I_i$ 值相等, 即:

$$q_{1\phi 1} I_1 = q_{1\phi 2} I_2 = q_{1\phi 3} I_3 = \dots = q_{1\phi m} I_m = \quad (30)$$

求解同时满足式(24)和式(30)的一组管段水力坡度 I_i , 即为该排水管网的管段经济坡度。

如果求出其中任一管段的坡度, 如末端管段 m 的坡度 I_m , 即可得出其余管段的坡度 I_i :

$$I_i = \left[\frac{q_{1\phi m}}{q_{1\phi i}} \right]^{\frac{1}{3}} I_m \quad (31)$$

且有
$$\sum_{i=1}^m I_i l_i = \sum_{i=1}^m \left[\frac{q_{1\phi m}}{q_{1\phi i}} \right]^{\frac{1}{3}} l_i I_m = H \quad (32)$$

所以, 管段 m 的经济坡度 I_m 存在唯一解:

$$I_m = \frac{H}{\sum_{i=1}^m \left[\frac{q_{1\phi m}}{q_{1\phi i}} \right]^{\frac{1}{3}} l_i} \quad (33)$$

由式(31)可以计算其余管段的经济坡度 $I_i, i =$

1, 2, 3, ..., m - 1; 并由式(22)可以计算各管段直径 $D_i = q_{\phi}^{\frac{8}{5}} I_i^{-\frac{5}{16}}$, 称为管段的优化管径, 或称经济管径。由此得到的管段优化管径为非标准管径, 可以选取与其最接近的标准管径作为优化设计管径。

2.4 满管流排水管段优化坡度

由图4和式(13)可知, 当水流充满度 $y/D = 1$ 时, 管线中水流为满管流, 且管内水流中心夹角 $\alpha = 2$ 。只需将上述水力计算公式中的变量 α 用常数 2 代替, 优化计算结果即为满管流管道的优化坡度和优化管径。

3 优化设计计算例题

图3所示污水管网, 管段长度和流量数据见表2。分为3条设计管道, 如前述。三个起端节点1、8和11起始水位标高分别为3.5 m、4.2 m和3.9 m, 末端节点的规划排水水位为1.2 m。采用钢筋混凝土管, 埋设深度为4 m以内, 摩阻系数 $n = 0.014$, 造价函数采用式(4)。计算管网中各管段经济管径。

表2 污水管网管段长度和流量数据

管段号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
长度 / m	180	250	220	210	190	150	190	210	160	220	210	170
流量 / m ³ /s	0.1	0.15	0.25	0.5	0.6	0.75	0.12	0.26	0.35	0.12	0.2	0.3

【解】采用式(4), 各管段初始充满度设定为 $y/D = 0.7$ 。

首先计算节点1~7的主干管设计管线, 可利用水位差 $H_1 = 3.5 - 1.2 = 2.3$ (m)。按照上述优化计算步骤, 计算结果如表3所示。管道造价为1486580元。

节点8~4干管设计管段和节点11~7干管设计管段
表3 节点1~7主干管设计管段优化设计计算结果

管段号 i	1	2	3	4	5	6
$q_{1\phi}$	12.715	16.217	22.034	33.397	37.2578	42.594
$\left(\frac{q_{1\phi}}{q_{1\phi}}\right)^{\frac{1}{2}}$	3.3499	2.6265	1.9332	1.2754	1.1433	1.0000
I_i	0.0011	0.0013	0.0017	0.0023	0.0025	0.0028
D_i	0.5042	0.5668	0.6568	0.8022	0.8455	0.9017
R_i	0.1494	0.1679	0.1946	0.2376	0.2505	0.2671
v_i	0.6698	0.7951	0.9869	1.3233	1.4294	1.5709
h_{fi}	0.1997	0.3344	0.3725	0.4897	0.4819	0.4217

计管段优化计算结果见表4。

由于求解得出的优化管径 D_i 为非标准管径, 可以选取最接近的标准管径, 如表5所示。

表4 节点8~4设计管段和节点11~7设计管段优化计算结果

管段号 i	节点8~4设计管段			节点11~7设计管段		
	7	8	9	10	11	12
$q_{1\phi}$	14.185	22.558	26.963	12.751	17.324	22.096
$\left(\frac{q_{1\phi}}{q_{1\phi}}\right)^{\frac{1}{2}}$	1.9008	1.1952	1.0000	1.7329	1.2754	1.0000
I_i	0.0021	0.0030	0.0035	0.0031	0.0039	0.0047
D_i	0.4779	0.5973	0.6508	0.4170	0.4832	0.5431
R_i	0.1416	0.1769	0.1928	0.1042	0.1208	0.1358
v_i	0.8948	1.2410	1.4074	0.8789	1.0909	1.2950
h_{fi}	0.4041	0.6382	0.5577	0.6789	0.8203	0.8008
	$H_2 = 1.6$ m, 管道造价 = 603306元			$H_3 = 2.3$ m, 管道造价 = 584452元		

表5 标准管径选择

管段号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
标准管径 / m	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	0.9	0.5	0.6	0.7	0.5	0.5	0.6

如果将本例题输入数据中的充满度改为 $y/D = 1$, 此时管网中水流为满管流, 管内水流中心夹角 $\alpha = 2$, 优化计算结果即为满管流管道的优化坡度和优化管径。

参考文献

- 1 给水排水技术手册(10):技术经济. 北京:中国建筑工业出版社, 2001
- 2 严煦世, 刘遂庆. 给水排水管网系统. 北京:中国建筑工业出版社, 2002
- 3 陆少鸣, 刘遂庆. 城市污水管网可行管径法优化设计. 同济大学学报, 1996, 24(3): 275~280
- 4 伊学农, 刘遂庆. 污水管网优化设计的节点递归算法. 中国给水排水, 2002, 18(10): 58~60

☎ 电话: (021) 65985869

E-mail: liusuiqing@mail.tongji.edu.cn

收稿日期: 2008-05-09