

⑧

污水管网

管径. 城市. 优化设计

第 24 卷第 3 期  
1996 年 6 月同济大学学报  
JOURNAL OF TONGJI UNIVERSITYVol.21 No. 3  
Jun. 1996

27.5-280

## 城市污水管网可行管径法优化设计

陆少鸣

刘遂庆 TUPPY. 23

(郑州工学院土木系, 郑州, 450002)

(同济大学污染控制国家重点实验室, 上海, 200092)

**摘要** 根据污水管网中的管段流量, 按照设计规范的要求和管道系列标准管径建立与流量对应的各管段可行管径序列及其坡度和充满度矩阵, 然后以各管段某一管径组构成可行管径的状态集合, 并以最大可行管径组合作为初始状态, 运用动态规划思想从下游至上游逐步进行决策计算, 寻求经济最优的可行管径集合, 从而实现整体管网的管径和埋深的优化设计方案。本方法的优点是优化计算精度得到了提高, 并显著减少了计算工作量和计算机内存储量。

**关键词** 污水管网; 可行管径; 动态规划; 优化设计

**中图法分类号** X 52

随着计算机的广泛应用, 运用动态规划和拟差动态规划优化原理进行污水管网设计计算已经取得了很大进展。由于本课题的目标函数不是凸函数, 以上方法的解往往仅是次优解, 其优化计算结果受到初始解选择的影响。动态规划以各节点埋深作为状态, 通过坡度决策进行全方位搜索<sup>[1]</sup>, 其优点是直接利用标准管径, 优化计算结果与初始解无关, 且能控制计算精度, 但要求状态点的埋深间隔很小, 使计算机存贮量和计算时间大为增加。拟差动态规划在动态规划的基础上引入了缩小埋深范围的迭代过程, 显著地减少了计算时间和存贮量, 但迭代过程有可能遗漏最优解<sup>[2]</sup>。

本文提出的可行管径法运用了动态规划的思想, 但对实现方法作了较大的改进: ①以管径为决策变量, 使管道过水能力得到了充分利用; ②以有限的可行管径序列作为状态, 所需计算机存贮量大为减少; ③递推过程能权衡决策对本管段和下游各管段的总体影响, 加快了收敛速度; ④利用污水管网的特性建立判别准则, 有效减少了计算工作量。

## 1 污水管网设计优化数学模型

### 1.1 污水管道水力计算公式

$$\alpha = \arccos(1 - 2h/D) \quad (1)$$

$$A = D^2(\alpha - \frac{1}{2}\sin 2\alpha)/4 = D^2\psi/4 \quad (2)$$

$$R = D\psi/(4\alpha) \quad (3)$$

$$V = R^{2/3}S^{1/2}/n \quad (4)$$

$$Q = AV \quad (5)$$

本文收到日期: 1995 年 2 月 14 日

第一作者: 男, 1958 年生, 副教授

式中:  $\alpha$  为湿周对应的半圆心角(rad);  $D$  为管径(m);  $h$  为水深(m);  $A$  为过水断面面积( $\text{m}^2$ );  $\psi$  为面积特征角(rad),  $\psi = \alpha - \sin 2\alpha / 2$ ;  $R$  为水力半径(m);  $V$  为流速( $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ );  $n$  为 Manning 粗糙系数;  $S$  为水力坡度;  $Q$  为流量( $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ).

### 1.2 已知流量和管径, 确定坡度和充满度

为了求解满足设计规范要求的最小坡度, 建立如下管道坡度规划模式:

$$\min S = 4^{\frac{10}{9}} n^2 Q^2 D^{-\frac{16}{9}} \alpha^{\frac{4}{9}} \psi^{-\frac{10}{9}} \quad (6)$$

约束条件

$$\begin{cases} 0 < h/D \leq (h/D)_{\max} \\ V_{\min} \leq 4Q/(D^2\psi) \leq V_{\max} \\ S \geq S_{\min} \end{cases}$$

式中:  $(h/D)_{\max}$ ,  $V_{\min}$ ,  $V_{\max}$  和  $S_{\min}$  分别为设计规范规定的最大充满度、最小流速、最大流速和最小水力坡度.

当  $Q$  和  $D$  已知时,  $S$  随  $h/D$  的增大而减小, 且由设计规范规定,  $0 < h/D \leq (h/D)_{\max} \leq 0.8$ , 因此,  $\frac{dS}{d(h/D)} < 0$ .

$$\text{令 } \psi_{\max} = \psi[(h/D)_{\max}], \quad Q^* = D^2 \psi_{\max} V_{\min} / 4,$$

$$\text{取 } (h/D)' = \begin{cases} (h/D)_{\max}, & \text{当 } Q^* = D^2 \psi_{\max} V_{\min} / 4, \\ h/D \in \{ \psi[h/D] = 4Q / (D^2 V_{\min}) \}, & \text{当 } Q < Q^*, \end{cases}$$

$$\text{则 } S = \max \{ S[(h/D)'], S_{\min} \}$$

### 1.3 已知管段流量, 确定可行管径集合

当  $0 < h/D \leq 0.5$  时,  $dS/dD \geq 0$ ; 当  $0.5 < h/D \leq (h/D)_{\max}$  时,  $dS/dD < 0$ . 所以存在最大管径  $D_1$ , 使水力坡度  $S_1$  最小, 但  $D$  必须满足  $D \geq \max \{ D_{\min}, \sqrt{4Q / (\psi_{\max} \cdot V_{\max})} \}$ ,  $D_{\min}$  为规范规定的最小管径(m).

满足管段流量的最大和最小管径及其之间的标准管径构成该管段的可行管径集合. 当流量确定时, 可行管径集合具有确定上下界. 因此, 对应于管网中各管段流量  $Q_j, j = 1, 2, \dots, n$ , 存在一组最大可行管径  $D_{1,j}$  (上界) 和一组最小可行管径  $D_{m,j}$  (下界), 介于  $D_{1,j}$  和  $D_{m,j}$  之间的全体标准管径  $(D_{1,j}, D_{2,j}, \dots, D_{m,j})^T$  构成管网的可行管径列矩阵, 与之对应的坡度和充满度及流速列矩阵则分别为

$$(S_{1,j}, S_{2,j}, \dots, S_{m,j})^T, ((h/D)_{1,j}, (h/D)_{2,j}, \dots, (h/D)_{m,j})^T \text{ 和 } (V_{1,j}, V_{2,j}, \dots, V_{m,j})^T.$$

### 1.4 污水管网费用函数

$$F_p = (a_1 + a_2 D^2 + a_3 H F) L \quad (7)$$

$$F_s = \begin{cases} b_1 + b_2 Q + b_3 Q^2, & Q > Q^0 \\ F_s^0, & Q \leq Q^0 \end{cases} \quad (8)$$

$$F_e = 86\,848 (EQH_s / (\eta K_z)) \quad (9)$$

式中:  $F_p$  为管道造价(元), 包括管材、窨井及施工等费用;  $a_1, a_2, a_3$  分别为管道费用系数;  $D$  为管道直径(m);  $H$  为管段平均埋设深度(m);  $L$  为管段长度(m);  $F_s$  为污水泵站造价(元);  $b_1, b_2, b_3$  分别为泵站造价系数;  $Q$  为设计流量( $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ );  $F_s^0$  为最小污水泵站造价(元);  $Q^0$  为与  $F_s^0$  对应的判别流量( $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ );  $F_e$  为泵站年动力费用(元/年);  $E$  为电费(元/kW·h);  $\eta$  为泵站效率;  $K_z$  为

流量总变化系数;  $H$  为泵站扬程(m).

污水管网年费用折算值的目标函数可用下式表达<sup>[9]</sup>:

$$W = (1/T + E_p) \sum_{j=1}^n F_{pj} + \Phi_s [(1/T + E_s)F_s + F_c] \quad (10)$$

式中:  $T$  为投资偿还款(年);  $F_{pj}$  为第  $j$  管段造价(元);  $E_p, E_s$  分别为管道和泵站年折旧维修系数;  $\Phi_s$  为 0~1 变量, 当  $\Phi_s = 0$  时, 表示无泵站管网系统, 当  $\Phi_s = 1$  时, 管网中设有泵站.

### 1.5 可行管径法优化设计数学模型

#### 1.5.1 目标函数

$$\min W = (1/T + E_p) \sum_{j=1}^n F_{pj} + \Phi_s [(1/T + E_s)F_s + F_c] \quad (11)$$

#### 1.5.2 优化计算决策

以单管线上各管段某一管径构成的管径序列  $P = \{D_{1,1}, D_{2,2}, \dots, D_{n,n}\}$  作为状态, 以管径为决策变量, 决策管段范围分别为  $[n, n], [n-1, n], \dots, [1, n]$ , 即以第 1 管段为单管线起点段, 第  $n$  管段为终点段, 依次称为第  $n, n-1, \dots, 1$  阶段. 第  $n$  阶段的输入状态为  $P_n^0 = P_{n+1} = \{D_{1,1}, D_{1,2}, \dots, D_{1,n}\}$ , 第 1 阶段(即最后阶段)的输出状态  $P_1 = \{D_{n,1}, D_{n,2}, \dots, D_{n,n}\}$  即为管网最优线.

#### 1.5.3 递推函数计算过程

设第  $j$  阶段中第  $m$  步决策以  $P_j^{m-1}$  为输入状态.

令  $P_j^{m,j}$  表示用  $D_{m+1,j}$  替换  $P_j^{m-1}$  中的第  $j$  管段的管径  $D_{m,j}$ , 所得管线状态,  $P_j^{m,k} (k = j+1, \dots, n)$  表示用  $D_{k-1,k}$  替换  $P_j^{m-1}$  中第  $k$  段管径  $D_{k,k}$  所得管线状态, 则有以下表达所示的递推计算过程.

$$P_i^{m-1} = \{D_{1,1}, \dots, D_{1,i-1}, D_{m,j}, D_{j+1,j+1}, \dots, D_{k-1,k-1}, D_{k,k}, D_{k+1,k+1}, \dots, D_{n,n}\}$$

$$P_{i,k}^{m-1} = \{D_{1,1}, \dots, D_{1,j-1}, D_{m+1,j}, D_{j+1,j+1}, \dots, D_{k-1,k-1}, D_{k-1,k}, D_{k-1,k+1}, \dots, D_{n,n}\} \quad (j+1 \leq k \leq n)$$

当管径序列确定后, 由水力计算可知所有管段在当前状态下的起点和终点的管底高程如下:

$$Z_{1,k} = \min\{Z_{2,k-1}, (Z_{2,k-1} + D_{k-1,k-1}(h/D)_{k-1,k-1} - D_{k,k}(h/D)_{k,k})\}$$

$$Z_{2,k} = \min\{(Z_{1,k} - S_{k,k}L_k), (GZ_{k+1} - H_R - D_{k,k})\}$$

$$H_{1,k} = Z_k - Z_{1,k}$$

$$H_{2,k} = Z_{k+1} - Z_{2,k}$$

$$H_k = \frac{H_{1,k} + H_{2,k}}{2}$$

式中:  $Z_{1,k}, Z_{2,k}$  分别为第  $k$  管段的起点和终点管内底标高(m);  $Z_k, Z_{k+1}$  分别为第  $k$  和  $k+1$  管线的起点地面高程(m);  $H_R$  为最小覆土厚度(m);  $H_{1,k}, H_{2,k}, H_k$  为第  $k$  管段的起点、终点和平均管道埋深(m).

由前述计算结果可进一步求得当前状态下的目标函数值的递推函数过程为

$$W(P_j^m) = \min\{\Phi_k W(P_j^{m-1})_{[k-j+1, \dots, n]}\} \quad (12)$$

其中:  $P_j^m$  为第  $j$  阶段的第  $m$  步决策的输出状态;  $\Phi_k$  为 1~∞ 变量, 选择原则如下:

$$\Phi_k = \begin{cases} \infty & \left\{ \begin{array}{l} W_k(P_j^{m-1}) \geq W_k(P_j^{m-1}) \mid_{j < k < n} \\ \text{或 } Z_{2,k}(P_j^{m-1}) < Z_R \\ \text{或 } \Delta H_{m,j} \geq \Delta H_{k,k} \mid_{j+1 \leq k \leq n} \end{array} \right. \\ 1 & \text{其它情况} \end{cases} \quad (13)$$

式中:  $Z_R$  为管线终点水面控制高程(m);  $\Delta H_{i,k} = (S_{i-1,k} - S_{i,k})L_k$ .

### 2 误差分析

当  $P_j^m = P_j^{m-1}$  时, 由于忽略了  $|\Delta H_{m,j} - \Delta H_{i_{j-1},k}|$ , 从而产生误差. 令  $P_j^0 |_{k1}$  和  $P_j^1 |_{k1} (j+1 \leq k < k1 < n)$  分别表示  $P_j^0$  和  $P_j^1$  上第  $k1$  段管径减小一级所得管线, 则:

$$\Delta W_j^m \approx W(P_j^{m-1}) - W(P_j^{m-1} |_{k1}) \approx W(P_j^{m-1}) - W(P_j^{m-1} |_{k1}) + 2a_3 \Delta H_{i_{j-1},k1} (\Delta H_{i_{j-1},k} - \Delta H_{m,j}) \sum_{i=k1+1}^n P_i \quad (14)$$

因  $\frac{dW(P_j^{m-1})}{dD_{i_{j-1},k1}} \approx 0$

则  $W(P_j^{m-1}) - W(P_j^{m-1} |_{k1}) \approx a_2 (D_{i_{j-1},k1} + D_{i_{j-1},k1}) \Delta D L_{k1} - 2a_3 \Delta H_{i_{j-1},k1} \sum_{i=k1+1}^n H_i L_i \approx 0$

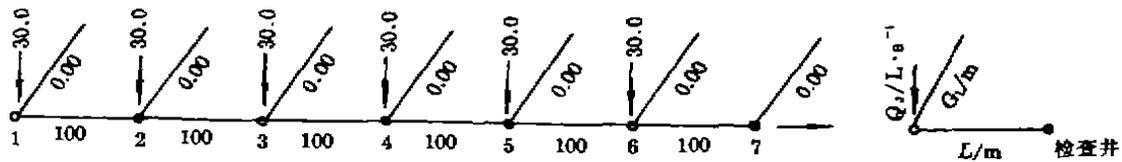
则  $\Delta W_j^m \approx a_2 (D_{i_{j-1},k1} + D_{i_{j-1},k1}) \Delta D (\Delta H_{i_{j-1},k} - \Delta H_{m,j}) L_{k1} \frac{\sum L_i}{\sum H_i L_i} \quad (15)$

一般情况下各段管径只在  $[D_{i,k}, D_{i+1,k}]$  上变化, 且  $0.0005 \leq S_{2,k} - S_{1,k} < 0.001, 0.0007 < S_{3,k} - S_{2,k} < 0.0015$ . 平均管长按 100m 计, 则  $\Delta H_{i_{j-1},k} - \Delta H_{m,j} < 0.1m$ .

根据经验, 管径与下游平均埋深之比小于 0.5,  $\Delta D = 0.1m$ , 故  $\Delta W_j^m < 0.01a_2 L_j$ .

### 3 优化过程示例

算例如附图所示: 无终点泵站, 排放水体的水面高程为  $Z_R = -5.0m$ ; 最小覆土厚度  $H_R = 0.7m$ , 起点埋深按  $H_R$  确定,  $F_p = (4.189 + 98.817D^2 + 2.743H^2)L$ ;  $V_{max} = 5m \cdot s^{-1}$ ;  $n = 0.014$ .



附图 计算例题简图

#### 3.1 输入数据

- $a_1 = 4.189; a_2 = 98.817; a_3 = 2.743; H_R = 0.70;$
- $V_{max} = 5.0; n = 0.014; Z_R = -5.00; D_{min} = 150mm$
- $Z' = [0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00]$
- $L = [100.0, 100.0, 100.0, 100.0, 100.0, 100.0]$
- $Q_j = [30.0, 30.0, 30.0, 30.0, 30.0, 30.0, 0.0]$
- $D_B = [150, 200, 250, 300, 350, 400, 450, 500, 600, 700, 800]$
- $H_0 = Z'_1 = 0.00$  (表示  $H_0$  由  $H_R$  确定);  $\Phi_s = 0$ .

式中:  $Q_j$  为节点流量 ( $L \cdot s^{-1}$ );  $D_B$  为标准管径(mm).

#### 3.2 递推过程

45

阶段	输出状态	$i, D_i, j$ 序列( $j = 1, 2, \dots, 6$ )					
6	$P_1^0 = P_1$	1	1	1	1	1	1
		300	400	500	500	600	600
	$P_2^0$	1	1	1	1	1	2
		300	400	500	500	600	500
	$P_3^0$	1	1	1	1	1	3
		300	400	500	500	600	450
$P_4 = P_4^0$	1	1	1	1	1	4	
	300	400	500	500	600	400	
5	$P_5^0$	1	1	1	1	2	4
		300	400	500	500	500	400
	$P_1 = P_5^0$	1	1	1	1	3	4
		300	400	500	500	450	400
4	$P_1 = P_4^0$	1	1	1	2	3	4
		300	400	500	450	450	400
3	$P_3^0$	1	1	2	2	3	4
		300	400	450	450	450	400
	$P_3 = P_3^0$	1	1	3	2	3	3
		300	400	400	450	450	450
2,1	$P_1 = P_1 = P_1^0$	1	1	3	2	3	3
		300	400	400	450	450	450

递推过程中,从初始状态  $P_1^0$  开始,进行可行管径的优化选择,并对每一次选择的状态结果进行输出,内容包括新的可行管径序列及与之相应的管段埋深,水力坡降和管道造价.初始状态  $P_1^0$  一般相当于传统人工设计的结果,其造价为 64 388 元;优化计算后的终点状态  $P_1$  为可行管径法优化计算结果,造价为 56 778 元.这里采用的造价指标为 1987 年标准,可以作为参考.优化计算后的造价及运行费用的降低程度与管网特征、地形及造价指标有关,一般可达 5% 以上,本例题的结果为 11.8%.

### 参考文献

- 1 Mays L W, Yen B C. Optimal design of multilevel branching sewer systems. *Water Resources Research*, 1975, 11(1): 37~47
- 2 Gupta J M. Optimal design of wastewater collection systems. *ASCE*, 1976, 102(EE5): 1029~1041
- 3 张景国.排水沟道系统扩建优化设计:[学位论文].上海:同济大学环境工程学院,1987

## Optimum Design of Urban Sewer System Using Feasible-diameter Method

*Lu Shaoming*

(Department of Civil Engineering, Zhengzhou  
College of Technology, Zhengzhou, 450002)

*Liu Suiqing*

(National Laboratory of Pollution Control and  
Reclamation, Tongji University,  
Shanghai, 200092)

**Abstract** Based on the flow in each pipeline and the requirements of design rules for urban sewer systems, the feasible diameters of the pipelines can be chosen as the basic data for optimizing design of the sewer networks. The gradients and the rates of fulness of the pipelines can be calculated for optimizing design. Applying the principles of dynamic programming method, by taking the feasible maximum diameters of all pipelines as initial status, a computational process from the down stream of the pipelines to their upstream was carried out to minimize the cost of the sewer system. This new method using feasible diameters has shown that the optimized results are more accurate and that the required computer memory is smaller and the required time of computation is shorter compared with the existing methods for the same purpose.

**Keywords** Sewer system; Feasible-diameter; Dynamic programming; Optimum design

下期文章  
摘要预报

### 钢筋混凝土框架单调加载试验的计算机仿真系统

顾祥林 孙飞飞

开发了钢筋混凝土框架单调加载试验的计算机仿真系统软件。该系统采用增量刚度法，考虑了材料非线性、几何非线性等因素的影响，对试验进行全过程分析，据此采用动画功能从多角度把框架在试验过程中的性能和状态的变化形象生动地表现出来。