

深层过滤单元滤床的数学模型

张建锋, 王晓昌

(西安建筑科技大学环境与市政工程学院, 陕西 西安 710055)

摘要: 以分散模型模拟深层过滤, 通过理论分析, 确定以滤层中表征分散强度的 Peclet 数来反映单元滤床的特征尺寸; 通过滤层中的 NaCl 示踪剂试验, 求定了清洁滤层中单元滤床的特征长度; 根据滤料空隙空间形状演变进程, 给出了截污滤层中单元滤床个数和空隙率的关系; 不同滤层厚度、滤速和加药比 ALT 等条件下的过滤试验结果表明: 滤层中单元滤床的特征尺寸的变化仅与空隙率有关, 并初步讨论了轨迹分析方法研究过滤模型的局限性。

关键词: 分散模型; 单元滤床; 深层过滤; 示踪剂试验

中图分类号: TU 991.24

文献标识码: A

文章编号: 1006-7930(2005)02-0179-05

Mathematical model for unit filter in deep bed filtration

ZHAN G Jian-feng, WAN G Xiao-chang

(School of Envir. and Muni. Eng., Xi'an Univ. of Arch. & Tech., Xi'an 710055, China)

Abstract: A dispersion model is used to describe the mass transfer in deep bed filtration, and the filter bed could be represented by a series of unit filter elements (UFE). Based on the theoretical analysis, the Peclet number could reflect the size variation of UFE during filtration. Conductimetric measurements with NaCl tracer were used to evaluate the relations between UFE numbers and pore volume during filtration. A series of direct filtration experiment were conducted under different flow rate, ALT ratio and filter depth. The experiment reveals that the variation of UFE numbers is only dependent on the volume-specific deposit of filter, the effects of filtration velocity, bed depth and ALT ratio are not evident. The parameters of mathematical model of UFE numbers were evaluated by the experiment data of filtration. The limitation of trajectory theories was also discussed.

Key words: dispersion model; unit filter; deep bed filtration; tracer experiment

在深层过滤理论中, 滤层的过滤系数是描述其过滤性能的重要参数, 随时间和空间位置而变, 为研究的方便, 一般是将整个滤层沿过滤水流方向划分成一系列薄层, 称为 UBE (unit bed elements), UBE 内又划分成很多的单个收集器。研究 UBE 内单个收集器收集效率, 然后集合构成滤层的过滤系数, 这就是滤层研究中轨迹分析理论的基础^[1]。轨迹分析方法用于清洁滤层的研究, 取得了很大的成就。但对截污的滤层, 由于受到沉积物表面性质、滤层空隙形状和结构差异性的影响, 轨迹分析方法建立的理论模型与试验结果存在较大的偏差, 无法满足过滤模型实用性的要求。

本文根据分散模型的概念, 将滤层沿水流方向分化成一系列串联的反应器, 即单元滤床 (UFE, unit filter elements), 单元滤床的厚度为反应器的特征长度, 通过对以往有关滤层中沉积物形态学研究成果

收稿日期: 2004-09-06

基金项目: 陕西省自然科学基金资助项目 (2003E22F)

作者简介: 张建锋 (1970-), 男, 陕西武功人, 博士, 副教授, 主要从事水处理理论与技术研究



的分析,建立起滤层中单元滤床个数的数学模型,以此来反应滤床结构的改变,为过滤模型研究中滤层结构的划分奠定理论依据

1 理论模型

水中悬浮颗粒流经滤层被截留的过程可以用分散模型或串联槽模型来描述 这里用一系列串联的单元滤床 UFE 来替代滤层 模型示意如图 1.

1.1 清洁滤层

在反应工程上,分散模型中的纵向分散程度通常用 Peclet 数来衡量,滤层中以滤料粒径为特征尺寸的 Peclet 数由下式给出^[2]:

$$P_e = \frac{d_v u}{D_b} \tag{1}$$

式中: P_e 为滤层中以滤料粒径为特征尺寸的 Peclet 数, (-); D_b 为滤层纵向分散系数 ($\text{cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$); u 为滤速 ($\text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$); ϵ 为滤层空隙率; d_v 为滤料粒径 (cm).

清洁滤层单位厚度滤层深度上单元滤床的个数为:

$$p_0 = \frac{1}{L^*} = \frac{d_v u / (\epsilon D_{b0})}{L \cdot u / (\epsilon D_{b0}) d_v} \cdot \frac{1}{d_v} = \frac{P_{e0}}{P_{e^*}} \cdot \frac{1}{d_v} = \frac{P_{e0}}{P_{e^*}} \cdot \frac{1}{Z} \tag{2}$$

式中: p_0 为单位厚度清洁滤层中单元滤床的个数 (cm^{-1}); L^* 为清洁滤层单元滤床的特征尺寸 (cm); P_{e0} 为清洁滤层中以滤料粒径为特征尺寸的 Peclet 数; P_{e^*} 为清洁的单元滤床 Peclet 数 (理论值约为 2)^[3]; D_{b0} 为清洁滤层纵向分散系数 ($\text{cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$); Z 为滤层厚度 (cm); P_{e0} 为清洁滤层中以滤层深 Z 为特征尺寸的 Peclet 数 ($uZ / (\epsilon D_{b0})$).

1.2 截污滤层

随着过滤过程的进行,滤层空隙中截留的杂质增加使滤料表面的形状、尺寸及空隙空间结构发生改变,单元滤床的特征尺寸随之改变 这样,单位厚度滤层中单元滤床的个数是变化的量

试验发现^[2]: 在多孔介质固定床的轴向流动中,当雷诺数 Re 在 0.1~10 的范围内时,分散数 (Peclet 数的倒数) 基本保持不变 (见图 2). 根据图 2,可以建立以下关系:

$$\frac{\epsilon D_{b0}}{u d_v} = \frac{\epsilon D_b}{u d_1} = \text{定值} \tag{3}$$

式中: D_b 为截污滤层纵向分散系数 ($\text{cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$).

Carberry 的研究发现: 在堆积床单元滤床模型中,槽的长度与颗粒粒径成正比例关系^[3],即单位厚度滤层中槽的个数与粒径成反比 在滤层中,设单元滤床特征尺寸与滤料粒径之比为 γ ,则有

$$\gamma = \frac{L^*}{d_v} = \frac{1}{p_0 \cdot d_v} = \frac{1}{p \cdot d_1} \tag{4}$$

变形得:

$$p = p_0 \frac{d_v}{d_1} \tag{5}$$

式中: p 为单位厚度截污滤层上单元滤床的个数 (cm^{-1}); d_1 为截污滤料粒径 (cm).

将式(3)代入式(5),有

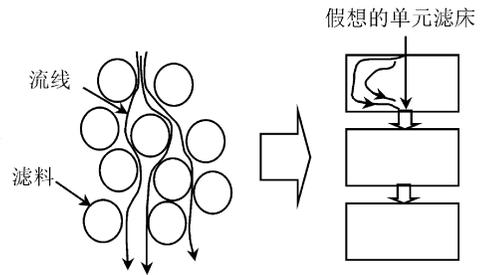


图 1 滤层内单元滤床模型示意图

Fig 1 Modeling of unit filter elements in filter bed

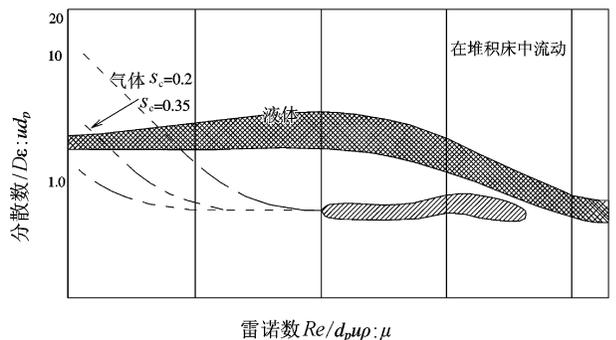


图 2 堆积床中轴向平均流速为 u 的流体的分散强率试验值

Fig 2 Experimental findings on dispersion of fluids flowing with mean axial velocity u in packed beds^[2]

$$p = p^0 \frac{\epsilon D_{b0}}{\epsilon_b} = p^0 \frac{1/(\epsilon D_{b0})}{1/(\epsilon_b)} = p^0 \frac{(uZ)/(\epsilon_b)}{(uZ)/(\epsilon_b)} = p^0 \frac{P_{ez}}{P_{ez0}} \quad (6)$$

式中: P_{ez} 为以滤层深 Z 为特征尺寸的 Peclet 数 ($P_{ez} = uZ \cdot (\epsilon_b)^{-1}$); P_{ez0} 为清洁滤层中以滤层深 Z 为特征尺寸的 Peclet 数 ($P_{ez0} = uZ \cdot (\epsilon D_{b0})^{-1}$).

1.3 单元滤床的个数与空隙率的关系

清洁滤料粒径(等体积球径)为: $d_v = \frac{6(1-\epsilon_0)}{\Psi \cdot S_0}$ (7)

式中: Ψ 为清洁滤料球形度系数(-); S_0 为清洁滤料比表面积

采用 Mackle- Ives 模型^[4], 有

$$\frac{S}{S_0} = \left[\frac{1-\epsilon}{1-\epsilon_0} \right]^y \left[\frac{\epsilon}{\epsilon_0} \right]^z \quad (8)$$

式中: S 为截污滤料比表面积 ($\text{cm}^2 \cdot \text{cm}^{-3}$); y, z 为系数

将式(8)代入式(7), 得

$$d_v = \frac{\Psi}{\Psi_1} \left[\frac{1-\epsilon}{1-\epsilon_0} \right]^{y-1} \left[\frac{\epsilon_0}{\epsilon} \right]^z d_{v0} \quad (9)$$

将式(9)代入式(5), 有

$$p = \frac{1}{\gamma \cdot d_v \Psi} \left[\frac{1-\epsilon}{1-\epsilon_0} \right]^{y-1} \left[\frac{\epsilon}{\epsilon_0} \right]^z \quad (10)$$

式(10)给出了单位厚度滤层单元滤床的个数随空隙率变化的关系 但式(10)中, 截污滤料的球形度 Ψ_1 的量化是十分复杂的, 这样, 模型的实用性受到限制

海老江邦雄的研究发现^[5], 由于絮体附着于滤料表面而引起滤料及滤层空隙空间形状的改变, 截污滤层结构的变化可分为以下依次进行的几个阶段, 相对于每个阶段的滤料及空隙形状见图 3

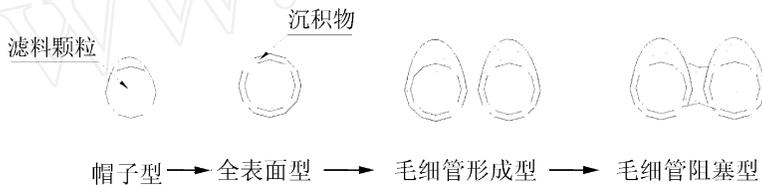


图 3 滤料空隙空间形状演变进程图

Fig 3 Variation of void morphology in filter bed

过滤的前期、初期, 滤料的截污形式主要为帽子型、全表面型, 滤料表面沉积量的增加使得滤料粒径增大, 沉积量继续增加后, 截污形式向毛细管型发展, 滤料粒径的变化减缓 滤层中水流流速随着空隙的减少而加大, 过滤后期, 当水流对沉积物的剪切力增加并与沉积物与水中悬浮颗粒之间的结合力相平衡时, 滤层不再截留, 空隙率不再变化, 此时滤层中单元滤床的个数趋向于定值 这与以往的研究在现象上是一致的

结合(10)式, 滤床截污过程中滤层内单元滤床个数可以用下式表述:

$$p = \frac{1}{\gamma \cdot d_v} \left[a + (1-a) \left[\left(\frac{1-\epsilon}{1-\epsilon_0} \right)^{y-1} \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_0} \right)^z \right]^b \right] \quad (11)$$

式中: a 为 $\epsilon = 0$ 时, 滤层中单元滤床的残留率; b 为系数; 参数 y, z 分别等于 1.8 和 1.0^[6].

2 试验装置和方法

反应工程中, 示踪剂试验被广泛用于研究各种反应器的特性 这里将模型滤柱视为反应器, 在滤层中进行示踪剂试验, 根据所测停留时间分布(RTD)曲线, 可以计算出不同条件下滤层中的 Peclet 数和滤层空隙率

根据反应器设计理论, 在滤层中进行示踪剂试验时, 有以下关系式存在^[2]:

$$\epsilon = t \cdot \frac{u}{Z} \quad (12)$$

$$p_0 = \frac{P_{ez0}}{2} \cdot \frac{1}{Z} = \frac{u}{2\epsilon D_b} \quad (13)$$

$$p = \frac{P_{ez}}{2} \cdot \frac{1}{Z} = \frac{u}{2\epsilon D_b} \quad (14)$$

式中: t^* 为示踪剂试验信号投加点至测量点间的平均流动时间(s); Z 为示踪剂试验信号投加点至测量点间的滤层厚度(cm); P_{ez} 为以滤层深 Z 为特征尺寸的 Pecllet 数($uZ/(\epsilon D_b)$).

过滤采用直接过滤的方式,一定浓度的高岭土溶液加药混合后直接进入模型滤柱 示踪剂试验和过滤试验在一个模型滤柱中同时进行,模型滤柱为内径 10 cm 的有机玻璃柱,内装均质石英砂滤料 试验装置见图 4,试验数据分析方法见参考文献[6].

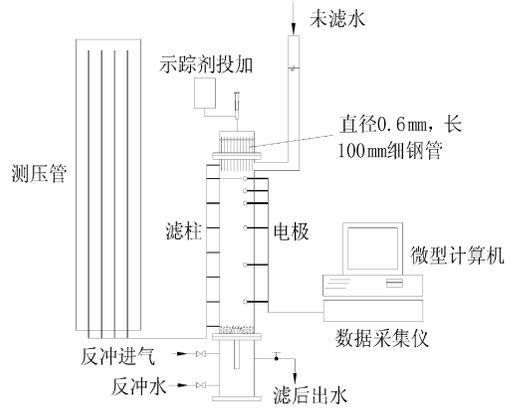
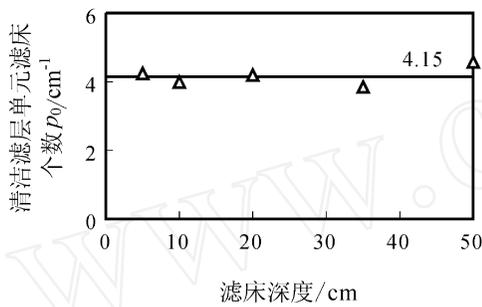


图 4 试验装置示意图

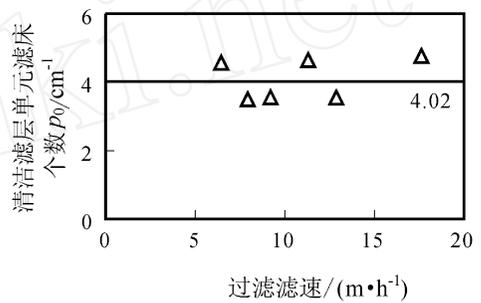
Fig. 4 Schematic diagram of experimental equipment

3 实验结果

不同厚度清洁滤层在不同滤速下测得的 Pecllet 数经过换算,得到单位厚度清洁滤层中单元滤床的个数 p_0 , 见图 5



(a) 不同深度的单位厚度滤层单元滤床个数



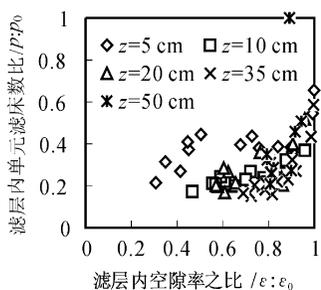
(b) 不同滤速下单位厚度滤层单元滤床个数

图 5 清洁滤层内单元滤床个数的变化

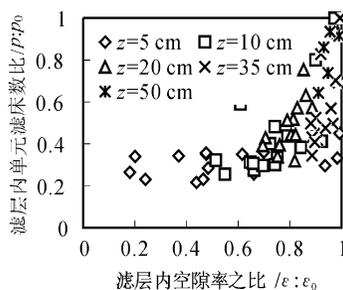
Fig. 5 Variation of the number of unit filter elements in clean bed

p_0 代入式(4)得到单元滤床特征尺寸与滤料粒径之比 λ , 取平均值 $\lambda=2.2$

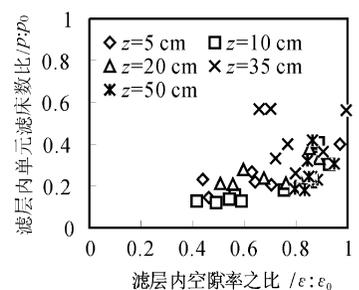
根据截污滤层中的示踪剂实验结果,计算出单位厚度滤层中单元滤床的个数和滤层空隙率的变化,如图 6(图中 ALT 比= $[A I^{3+}]$ 的投加量/原水浓度).



(a) 高岭土浓度=10mg/L ALT=0.05 滤速=6.88 m/h



(b) 高岭土浓度=10mg/L ALT=0.05 滤速=8.33 m/h



(c) 高岭土浓度=10mg/L ALT=0.2 滤速=8.33 m/h

图 6 滤层内单元滤床数与空隙率关系曲线

Fig. 6 Variation curves of UFE numbers with void ratio in filter bed

从图 6 中可以看出,滤层中单元滤床的变化只与滤层内空隙的变化有关,与滤床厚度、加药量、滤速的改变无关 同时也说明在模拟多孔介质滤床过滤时,采用串联混合槽模型是合理的

根据计算结果, 对式(11)中的参数 a 和 b 进行拟合, 结果为: $a=0.22, b=8.6$, 见图 7.

将以上各部分确定的有关参数代入式(10), 即可得到单位厚度滤层中单元滤床个数与空隙率的关系式如下:

$$p = \frac{1}{y \cdot d_v} \left[0.22 + 0.78 \left(\left(\frac{1-\epsilon}{1-\epsilon_0} \right)^{0.8} \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_0} \right)^{8.6} \right) \right] \quad (15)$$

在滤层中, 沉积物的体积比沉积量 α 与空隙率 ϵ 之间有如下关系:

$$\alpha = \epsilon_0 - \epsilon \quad (16)$$

这样, 通过式(15)和(16), 可以将单位厚度滤层中单元滤床个数与体积比沉积量联系起来, 从而保证过滤模型的完整性

4 讨 论

在滤层模型的理论研究中, 轨迹分析方法对于滤层单元的划分基于下式^[1]:

$$l = d_v \cdot \left[\frac{\pi}{6(1-\epsilon_0)} \right] \quad (17)$$

式中: l 为沿过滤方向滤床薄层的厚度, 有时也作为薄层内收集器模型的特征尺寸.

根据式(17)来看, l 不随滤层空隙的减小而变化, 这与示踪剂试验的结果不符.

轨迹分析方法的基本思路是对滤料颗粒表面的水流流场进行分析, 结合水中悬浮颗粒的运动特征, 分析悬浮颗粒在滤料表面的迁移规律. 在过滤初期, 轨迹分析的数学模拟与试验结果比较吻合. 但随着滤层空隙中沉积物的增多, 模型的精确性受到制约. 这固然与截污滤料颗粒表面流场变化有关, 但不考虑收集器特征尺寸 l 随沉积量变化也可能是原因之一.

本文中借助反应工程中分散模型的概念, 将滤层沿水流方向分化成一系列串联的单元滤床, 单元滤床的厚度类似于收集器的特征尺寸 l , 是滤层中沉积物体积的函数. 这样就可以动态地反映滤层结构随沉积物体积的变化, 结合试验数据, 求定了模型中的有关参数, 使得过滤模型研究中滤层结构的划分更合理.

另外, 从图 6、图 7 中给出的空隙率的分布来看, 滤层空隙率之比 ϵ/ϵ_0 很少小于 0.2, 这表明在一般的过滤过程中, 滤层空隙不会无限制地减小, 即滤层空隙不会完全阻塞, 这与图 3 给出的滤料空隙空间形状演变进程相吻合.

5 结 论

深床过滤可以采用串联单元滤床模型来模拟, 单元滤床的个数是一个表征深层滤床过滤能力或容量的参数, 可以采用 Peclet 数来反映滤层中单元滤床个数的变化. 通过滤层中的 NaCl 示踪剂试验, 测定了截污过程中单元滤床个数数学模型的系数, 确立了该数学模型, 将滤层中单元滤床个数的变化与体积比沉积量联系起来, 这为过滤模型研究中滤层结构的划分提供了新的思路和理论依据.

参考文献:

- [1] Paraskeva C A, Burganos V N, Payatakes A C. Three-dimensional trajectory analysis of particle deposition in constricted tubes[J]. Chem. Eng. Comm., 1991, 23: 108
- [2] Levenspiel O. Chemical reaction engineering (3rd edition) [M]. New York: John Wiley & Sons, NC., 1999
- [3] Carberry J J, Bretton R H. Axial dispersion of mass in flow through fixed beds[J]. JA ChE, 1958, 4(3): 367-375
- [4] Ives K J. Mathematical models of deep bed filtration, in scientific basis of filtration [M]. Leyden: Noordhoff International Publishing, 1975
- [5] 海老江邦雄. 急速过滤层における抑留物質の挙動(II)- 悬浮粒子の抑留型とその推移の検討[J]. 水道協会雑誌, 1976, 498: 15-37.
- [6] 张建锋, 王晓昌, 金同轨. 均质滤料过滤阻力的数学模型[J]. 环境科学学报, 2003, 23(3): 246-251

(编辑 李 斌)

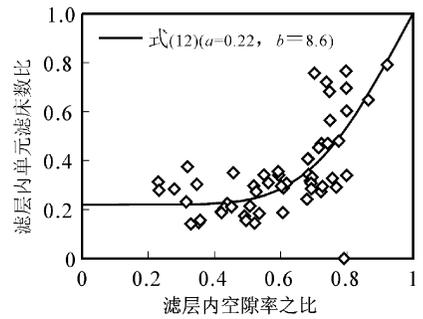


图 7 数据拟合关系示意

Fig 7 Fitting Curves