

# 三维随机裂隙网络非稳定渗流模型

王洪涛 李永祥

(清华大学, 北京, 100084)

**摘要** 介绍了在岩体三维随机裂隙网络中进行非稳定地下水渗流分析的数学模型和方法。包括: 岩体裂隙系统特征和随机裂隙网络描述, 三维裂隙网络非稳定渗流数学模型, 交叉点和交叉线识别和有限元数值解, 井流量在裂隙网络中的分配方法, 排水管道问题, 非线性模型的迭代解法等。最后, 针对裂隙网络中的轴对称井流和任意分布裂隙系统中的排水管道问题对模型进行了应用计算, 验证了模型及其算法程序的有效性。

**关键词:** 随机裂隙网络 三维非稳定渗流 交叉点和交叉线 井流量分配 排水管道

## 1 引言

我国在进行岩体渗流计算时, 因受岩体裂隙系统复杂性等因素的制约, 仍以连续介质方法为主体。近年来, 已开始研究处于稳定流的裂隙网络渗流模型<sup>[1, 2]</sup>。实际上, 水库蓄水和泄洪雾化降雨等情况下, 岩体中的水运动呈非稳定流状态。因此, 再沿用稳定流理论来研究, 势必造成较大的计算误差, 故有必要开展裂隙网络非稳定渗流的研究。

近年发展起来的三维裂隙网络计算机模拟方法, 是模拟岩体网络状裂隙系统的有效方法<sup>[3-5]</sup>。其中, 最具代表性的模型有: (1) 以 G. B. Baecher 和 C. S. Long 为代表研制的圆盘裂隙网络模型<sup>[3, 4]</sup>, 它假设裂隙为圆盘状, 通过裂隙半径确定其大小; (2) 以 W. S. Dershowitz 为代表研制的多边形裂隙网络模型<sup>[5]</sup>, 它假设裂隙为多边形, 需要多个裂隙角点坐标来确定其大小。目前, 应用圆盘裂隙网络模型最为广泛。圆盘形是对裂隙空间存在形态的一种简化性假设。理论研究、野外观测和实验研究均表明, 岩体裂隙确有形成圆形形态的趋势, 尤其是当裂隙未扩张到边界时<sup>[6]</sup>, 虽然, 在裂隙扩张到边界时(如地表, 岩性界面等)将通常偏离这一形态。不过, 这并不严重影响圆盘模型的应用, 因为圆盘裂隙是针对整个裂隙而言, 裂隙通过交割可以形成各种形态。以裂隙网络模拟模型为基础, W. S. Dershowitz、万力等提出了多边形裂隙渗流模型<sup>[2, 5]</sup>。C. S. Long 等用源点映射法建立了光滑圆盘裂隙的稳定渗流模型<sup>[4]</sup>等等。

本文将以前述圆盘裂隙网络模型为基础, 讨论其中地下水的非稳定渗流问题。本文模型有三方面的特点: (1) 实现了裂隙网络模拟模型与裂隙渗流模型的结合; (2) 引入了非稳定渗流分析方法, 克服了使用稳定渗流理论描述非稳定渗流所带来的误差; (3) 充分考虑了裂隙内部水力参数的可能变化, 突破了 Long 模型的平行板裂隙假设<sup>[4]</sup>, 从而使模型更符合实际。

## 2 基本模型

### 2.1 裂隙网络

根据野外裂隙统计资料, 运用圆盘形裂隙网络模拟模型, 可以生成裂隙网络系统<sup>[3, 4, 7]</sup>。

收稿日期: 1996-11-25

生成的裂隙网络包括裂隙数、裂隙中点空间坐标、半径、产状和隙宽等参数。就渗流分析而言,裂隙网络中的每一条裂隙至少与一条其它裂隙或边界相交割,或者与源汇(如钻孔,排水管道等)相沟通,且裂隙必须通过相互交割最终能沟通到边界或源汇。在裂隙渗流计算中,要把不满足上述条件的独立裂隙或称为死裂隙删除。研究域的边界由连续分布的多边形平面组成。

圆盘裂隙面的空间位置由裂隙中点坐标、半径和产状确定。裂隙面方程为

$$\sin\alpha \sin\beta(x - x_0) + \cos\alpha \sin\beta(y - y_0) + \cos\beta(z - z_0) = 0 \quad (1)$$

式中  $x_0, y_0, z_0$ —裂隙中点的空间坐标; $\alpha(=\theta - \theta_y)$ —裂隙面倾向  $\theta$  与  $y$  轴正向(方位角  $\theta_y$ ) 的夹角; $\beta$ —裂隙面倾角。边界平面方程则由空间三点确定。

## 2.2 裂隙网络渗流模型

假设水流在裂隙面所在的局部坐标系中为平面二维非稳定流,裂隙壁是隔水的。裂隙通过与其他裂隙的交叉实现相互间的水量交换。在研究域裂隙网络的空间坐标系下,各个裂隙面的平面二维流组合成三维裂隙网络渗流体。

就裂隙面局部坐标系而言,第  $i$  个裂隙中的地下水运动的微分方程为

$$\mu^* \frac{\partial H_i}{\partial t} = \text{div}(T_i \text{grad}H_i) + W_i \quad (2)$$

其中,  $\mu^*$ —贮水系数;  $H_i$ —水头; 导水系数  $T_i = K_i b_i$  ( $K_i$ —渗透系数,  $b_i$ —裂隙的水力开度);  $W_i$ —源汇项(如开采量、排水量等均包含在此项之中);  $t$ —时间;  $\text{div}$  和  $\text{grad}$  分别为散度和梯度运算符。每个裂隙都有这样一个微分方程。通过不同裂隙交叉点和交叉线上的水头相等这一条件,将各个裂隙联系起来,即在交叉点和交叉线上  $H_i = H_j$  (交叉裂隙  $j$  的水头) 见图 1。在给定研究域边界条件和初始条件的情况下,可以求得问题的解。

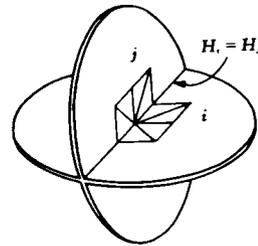


图 1 交叉线上有限元剖分示例  
Fig.1 Typical finite element discretization along an intersection slit

裂隙  $i$  的边界有两种可能情况:(1)与研究域边界面相交,交线构成了裂隙边界,交线以外部分是无效的。这时,边界条件由给定的研究域边界条件确定,通常为给定水头边界(一类)或者给定通量边界(二类);(2)终止于研究域内部,这时沿圆形裂隙边界的流入流出通量为零。裂隙边界可能与其它裂隙相切或者与源汇相切,这时按内边界的方法处理。

## 2.3 有限元剖分

使用三角形剖分有限元法求裂隙网络渗流问题的数值解。对(2)式运用 Galerkin 有限元法,考虑边界条件并用时间的差分代替时间的导数,得有限元方程

$$([A]_{m \times n} + \frac{[D]_{m \times n}}{\Delta t}) [H^k]_{n \times 1} = [F]_{m \times 1} + \frac{[D]_{m \times n}}{\Delta t} [H^{k-1}]_{n \times 1} \quad (3)$$

式中  $[A]$ —导水矩阵;  $[D]$ —贮水矩阵;  $[H^k]$ 、 $[H^{k-1}]$  分别为本时段和前一时段的水头;  $\Delta t$ —时段长度;  $k$ —时段;  $[F]$ —源汇项;  $m$ —待求水头的节点数;  $n$ —总节点数。把(3)式等号左侧已知水头的各项 ( $n - m$  个) 移到等号右侧, 并与右侧各项合并构成有限元方程的右向量。这样(3)式共有  $m$  个方程和  $m$  个未知数, 求其解可得各节点上的水头分布。

现以圆盘裂隙面为基础进行有限元剖分。剖分时, 各裂隙的节点需要统一编号, 而单元号则不必, 可以每个裂隙单独编号, 而由程序本身统一处理它们。对于某裂隙, 节点的编号顺序是: (1) 裂隙交叉点; (2) 裂隙交叉线上节点; (3) 其余节点。为了不使节点重复, 裂隙交叉点和交叉线上的节点号将由拥有该交叉点或交叉线的裂隙共享。如图 1 所示,  $i$  和  $j$  裂隙交叉线上的节点为此二裂隙所共有。虽然节点号相同, 但在裂隙各自坐标系中具有各自的坐标值。所研制的有限单元模型放松了对有限单元剖分网节点输入顺序的强制要求, 故可逐个对裂隙面进行剖分, 而不必关心其空间产出位置。节点的性质具有以下四种情况之一: ① 无流动点, 允许裂隙内部存在无水干点, 如节点位于饱水带以上等; ② 给定水头点, 即节点上的水头已知, 如一类边界点, 内部泉点等; ③ 给定流量点, 即节点上的水流量已知, 如二类边界点; ④ 水流节点, 即水头和流量均未知的节点。其中①、②类节点上的水头值给定, 为已知节点; ③、④类节点为计算点。

#### 2.4 裂隙交叉点和交叉线

用  $oxyz$  表示裂隙网络研究域的整体坐标系, 用  $o'x'y'$  表示某裂隙所在的局部平面坐标系。在空间上, 三条互不平行的裂隙可能相交形成一个裂隙交叉点, 其位置通过联立求解裂隙面方程获得, 记为  $P(x, y, z)$ 。  $P$  点存在的条件是,  $P$  在三条裂隙中均位于裂隙面有效范围之内。这意味着  $P$  要满足两个条件: 第一,  $P$  到三条裂隙中点的距离要均小于裂隙的半径; 第二, 若裂隙交割研究域边界, 则  $P$  点要在未被边界切割掉的裂隙面一侧。已知交叉点  $P$  的空间位置, 通过坐标系的平移和旋转, 可以确定  $P$  在各自裂隙面局部坐标系中的坐标值  $(x', y')$ , 即

$$\begin{cases} x' = (x - x_0)n_{x'x} + (y - y_0)n_{x'y} + (z - z_0)n_{x'z} \\ y' = (x - x_0)n_{y'x} + (y - y_0)n_{y'y} + (z - z_0)n_{y'z} \end{cases} \quad (4)$$

其中,  $n_{ij}$ , ( $i = x', y'$ ;  $j = x, y, z$ ) 为  $o'x'y'$  坐标系  $x', y'$  轴基矢量在  $oxyz$  坐标系中的方向余弦。假设  $o'x'y'$  坐标系的原点为圆盘中心;  $x'$  轴为裂隙面倾向在裂隙面上的投影, 且方向向下; 从  $x'$  轴正向开始按逆时针转  $90^\circ$  为  $y'$  轴方向。裂隙水平时,  $x'$  和  $y'$  轴方向与  $x$  和  $y$  轴方向一致。在此坐标系下, 基矢量的方向余弦为

$$\begin{cases} (n_{x'x} = \cos\beta \sin\alpha, n_{x'y} = \cos\beta \cos\alpha, n_{x'z} = -\sin\beta) \\ (n_{y'x} = -\cos\alpha, n_{y'y} = \sin\alpha, n_{y'z} = 0) \end{cases} \quad (5)$$

类似地, 可得到裂隙与边界面的交叉点。由于以三条裂隙为基础求交叉点, 当三条以上裂隙 (如四条) 在空间上交于一点时, 交叉点出现重复, 需删除重复部分。为此, 要逐个裂隙面检查

全国中文核心期刊

I S S N 1001-3962

CODEN SSKYEA

# 水利水电科学研究

JOURNAL OF NANJING HYDRAULIC RESEARCH INSTITUTE

www.cnki.net

# 2

# 1997

水利部 交通部 电力工业部  
南京水利科学研究所

ISSN 1001-3962



的计算方法加以计算。引入排水管道问题之后，裂隙网络渗流模型由线性问题转化成非线性，因为只有已知  $H_i$  才能判断管道是否排水，而实际上  $H_i$  正是要求解的裂隙水头。这里使用迭代方法求非线性模型的解。用上次迭代得到的裂隙水头判断  $H_i$  是否大于  $H_{d,i}$ ，并将 (8) 式中  $H_i > H_{d,i}$  的部分放入有限元方程中求解，如此迭代下去，直到达到收敛标准为止。

## 4 算 例

### 4.1 裂隙网络中的井流问题

裂隙网络见图 2(a)。其中包含 3 个水平圆盘裂隙 (半径  $R = 50\text{m}$ ) 和 8 个垂直裂隙 (高  $M = 40\text{m}$ )。垂直裂隙以 3 圆盘裂隙中心点连线为对称轴呈轴对称分布。 $\mu^* = 0.001$ ,  $T = Kb = 1000 \times 0.01 = 10\text{m}^2 / \text{d}$ 。上、下两个圆形界面是隔水的；沿垂直圆桶状边界面给定水头为  $10\text{m}$ ,  $H_0 = 10\text{m}$ 。在圆盘裂隙中心有一完全井 (井壁渗透性同于裂隙)，从初始时刻开始，以定流量  $Q = 900\text{m}^3 / \text{d}$  开采地下水。水平和垂直裂隙的剖分网情况见图 2(b)。所有的节点均位于交叉点和交叉线上，11 条裂隙共剖分 243 个节点和 752 个单元。由于问题的对称性，计算得到的水头呈轴对称分布。井轴线处水头最低，向外逐渐增加。作为例子，图 2(c) 给出垂直裂隙与水平裂隙交叉线上节点水头 (3 条水平裂隙平均值) 随时间的变化情况。分  $t = 10\text{min}$ ,  $t = 30\text{min}$ ,  $t = 1\text{h}$ ,  $t = 2\text{h}$  和达到稳定等 5 个时段。可见，随着开采时间增加，地下水位不断下降，最终达到稳定流状态。图中分析解的值，是按 Dupuit 稳定井流公式 ( $H = H_0 - Q \ln(R/r) / 2\pi KM$ ,  $r$ —计算点到井的距离)，在假设研究域的等效多孔介质渗透系数  $K = 1.55\text{m} / \text{d}$  情况下计算得到的，其目的仅在于比较计算结果的合理性。可见，上述井流问题在开采达到稳定之后与 Dupuit 稳定井流公式的计算结果具有较好的一致性。

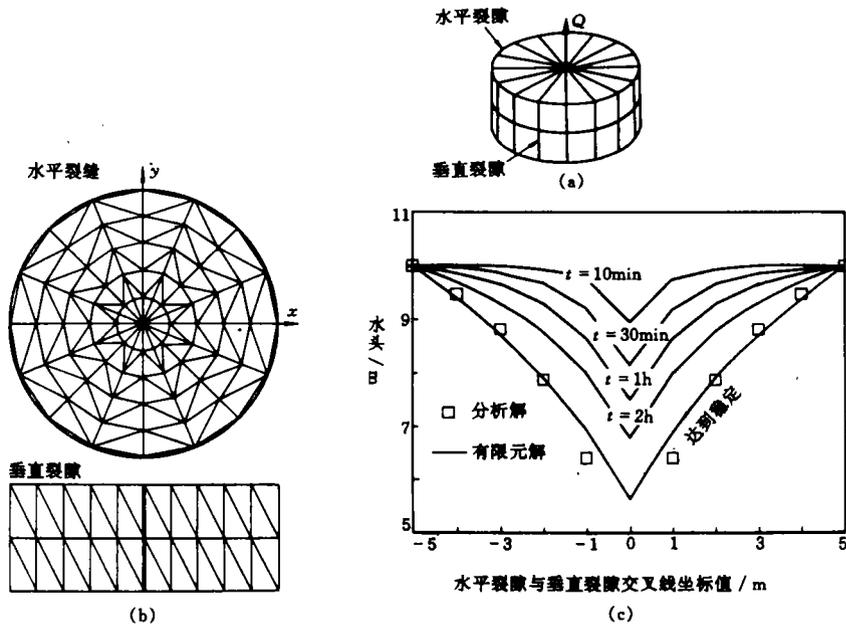


图 2 裂隙网络中的井流问题和计算结果

a 裂隙分布立体图; b 一个水平裂隙和一个垂直裂隙的剖分网; c 计算结果

Fig. 2 Description of flow to a well in a fracture network and its calculation results

4.2 任意分布裂隙系统中的排水管道问题

现分析在任意分布裂隙系统中有排水管道排水的地下水流场。在  $80\text{m} \times 40\text{m} \times 40\text{m}$  (长  $\times$  宽  $\times$  高) 的立方体计算域内, 有 6 个随机分布的圆盘型裂隙, 其分布见表 1。计算域内有一排水管道, 端点坐标为  $(20, 0, 28.3), (20, 40, 28.3)$ 。各裂隙所在平面与边界面的交叉情况、裂隙间交叉线情况和交叉线上剖分节点的分布见图 3。

表 1 裂隙位置、大小和产状分布

裂隙	中心坐标 / m			半径 / m	产 状	
	x	y	z		倾向 / °	倾角 / °
F <sub>1</sub>	10.0	10.0	30.0	20.0	0	90
F <sub>2</sub>	0.0	40.0	15.0	40.0	水平	0
F <sub>3</sub>	20.0	40.0	28.3	15.0	0	45
F <sub>4</sub>	10.0	40.0	35.0	30.0	90	90
F <sub>5</sub>	10.0	50.0	26.0	10.0	180	60
F <sub>6</sub>	10.0	70.0	20.0	24.5	135	90

Tab. 1 Distribution of fracture location, size and orientation

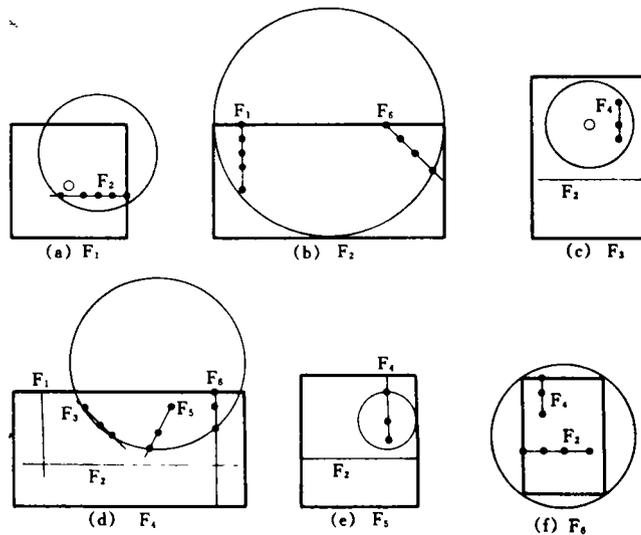


图 3 各裂隙所在平面的交叉线和交叉线节点分布

图中较大的圆为圆盘裂隙边界, 较小的圆为排水管道与裂隙的交点, 粗线为计算域边界, 实心点为交叉线上的有限元剖分节点。图(a)~图(f)分别为裂隙 F<sub>1</sub>~F<sub>6</sub> 平面。

Fig. 3 Intersection slits on each fracture plane and their discretized representation

裂隙的渗流参数为:  $\mu^* = 0.001, T = 10\text{m}^2 / \text{d}$ 。研究域的右边界面给定水头, 其余 5 个面是隔水的。初始水头  $H_0 = 100\text{m}$ 。从初始时刻开始, 排水管道开始排水, 右边界保持  $H_1 = 100\text{m}$  不变, 求此条件下的地下水流场。运用三维随机裂隙网络非稳定渗流模型对上述排水管道问题进行了计算。计算结果表明, 在上述裂隙系统之中, 地下水的运动主要是从一条裂隙交叉线向另一裂隙交叉线或者向排水管道的运动。裂隙 F<sub>6</sub> 从右边界得到地下水补给, 通

过与裂隙  $F_4$  和  $F_2$  交叉线进入此二裂隙中; 裂隙  $F_2$  中的地下水又通过与裂隙  $F_1$  交叉进入  $F_1$  中, 并从  $F_1$  向排水管道排泄。进入裂隙  $F_4$  中的地下水主要向裂隙  $F_3$  运动, 并通过裂隙  $F_3$  最终排向排水管道。裂隙  $F_5$  中的地下水在形成稳定流场之前, 通过弹性释水作用补给裂隙  $F_4$ ; 在形成稳定地下水流之后,  $F_5$  中的地下水处于滞留状态。作为例子, 排水达到稳定时,  $F_1$  和  $F_2$  裂隙面上的地下水头等值线见图 4。

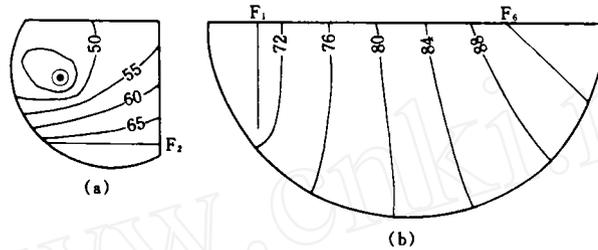


图 4 稳定地下水流情况下裂隙面上水头等值线 (单位: m)

(a)  $F_1$  裂隙面水头等值线; (b)  $F_2$  裂隙面水头等值线。

Fig. 4 Steady hydraulic head contour map of two typical discs

## 5 结 语

本文以岩体三维随机裂隙网络为基础, 探讨了描述其中地下水非稳定运动数学模型和有限单元数值解法, 讨论了井流量在裂隙网络中的分配方法和排水管道问题, 并通过与分析解的比较验证了模型的有效性。将岩体随机网络非稳定渗流模型与裂隙网络模拟模型相结合, 可以用于分析岩体裂隙系统中的地下水稳定渗流和非稳定渗流问题。此外, 还可以用于分析计算岩体裂隙系统的等效多孔介质参数。

## 参 考 文 献

- 1 王恩志. 岩体裂隙的网络分析及渗流模型. 岩石力学与工程学报, 1993; 2:20—35
- 2 万 力, 李定方, 李吉庆. 三维裂隙网络的多边形单元渗流模型. 水利水运科学研究, 1993;(4):347—353
- 3 Baecher G B, Lanney N A, Einstein H H. Statistical description of rock properties and sampling. In: Proc 18th US Symp Rock Mech, Vol SC, 1977: 1—8
- 4 Long C S, Gilmour P, Witherspoon P. A model for steady fluid flow in random three-dimensional networks of disc-shaped fractures. Water Resour Res, 1985; 21: 1105—1115
- 5 Dershowitz W S, Gordon B M, Kafritsias J C. A new three dimensional model for flow of fractured rock. Mem Int Assoc Hydrogeol, 1985; 17:441—448
- 6 Dershowitz W S, Einstein H H. Characterize rock geometry with joint system models. Rock Mechanics and Rock Engineering, 1988; 21:21—51
- 7 陈剑平, 肖树芳, 王 清. 随机不连续面三维网络计算机模拟原理. 长春: 东北师范大学出版社, 1995

## A three dimensional theoretical model of transient ground water flow in stochastic network of fractured rock mass

Wang Hongtao    Li Yongxiang

(*Tsinghua University, Beijing*)

### Abstract

A new three dimensional model for the analysis of transient ground water flow in a stochastic fracture network of a fractured rock mass is presented in this paper. The contents of paper include the characterizing of a rock fracture system and its description in terms of stochastic fracture network, the three dimensional mathematical model of transient flow in a fracture network and its finite element solution, the identification of intersections (points and lines) between fractures, the distribution of a well discharge in different fractures and the water drainage problems, and the iteration method for solving a non-linear flow model. Finally, aim at the axially symmetric well flow in fracture network and the drainage conduit problem in arbitrary distributed fracture system, applied computations of the model were conducted, thus verified the effectiveness of the model and its algorithmic routine.

**Key words:** stochastic fracture network, three dimensional transient seepage flow, intersected point and line, assignment of well rate, drainage conduit