第 40卷 第 1期
2 0 0 8年 1月

哈 尔 滨 工 业 大 学 学 报
JOURNAL OF HARB N NSTIIUTE OF TECHNOLOGY

Vol. 40 No. 1
Jan. 2008

基于最大 Lyapunov指数改进算法的水量预测与控制

魏希柱[1,2], 任月明[3], 沈 毅[1], 袁一星[2]

(1. 哈尔滨工业大学 控制科学与工程系, 哈尔滨 150001; 2. 哈尔滨工业大学 市政工程系, 哈尔滨 150090, E-mail: weixizhu@hit.edu.cn; 3. 哈尔滨工程大学 材料科学与化学工程学院, 哈尔滨 150001)

摘 要: 为了提高城市用水量的预测精度,针对城市用水量的非线性及复杂性,应用最大 Lyapunov指数改进算法,利用历史数据信息,在重构相空间的基础上对城市用水量进行短期预测,应用混沌理论对用水量时间序列进行分析,与历史数据比较,表明了预测方法的可行性和实用性. 最大 Lyapunov指数改进算法用于城市用水量预测及泵站水泵机组运行工况控制获得了很好的效果.

关键词: 最大 Lyapunov指数;城市用水量;预测;控制

中图分类号: TP271^{+}.62 **文献标识码**: A **文章编号**: 0367 - 6234(2008)01 - 0025 - 03

Forecasting and control of water demand based on the improved largest Lyapunov exponent algorithm

WEI Xi-zhu[1,2], REN Yue-ming[3], SHEN Yi[1], YUAN Yi-xing[2]

(1. Dept. of Control Science and Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China; 2. Dept. of Municipal Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China, E-mail: weixizhu@hit.edu.cn; 3. College of Material Science and Chemical Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

Abstract: According to the non-linearity and complexity of urban required water quantity, the predicted method is depicted based on the improved largest Lyapunov exponent to increase the forecasting precision of urban water quantify. By making full use of historical data and information, short-term water quantity is conducted after restructuring of phase space based on chaos theory. Comparing actual water time series with historical data by chaos theory, rationality and feasibility of the predicted method are indicated. There is an excellent effect to use improved Lyapunov exponent algorithm to predict urban water quantity and to control water supply of pump station.

Key words: largest Lyapunov exponent; urban water quantity; forecasting; control

城市安全供水系统是城市的生命线,城市用水量预测是供水系统的重要工作之一,是供水系统的安全、经济运行的重要保障. 城市用水量具有不可预见性,为了提高预测精度,科研人员对预测方法进行了研究[1~3]. 例如模型法,有指数平滑模型、回归模型方法等;人工智能法,主要包括人工神经网络模型、模糊理论、专家系统等非参数模型. 预测方法的选择没有统一的标准和理论,可将不同的模型和方法相结合,吸取各自的优势解决城市用水量预测问题[4~7]. 混沌是一种由确定性系统产生,对初始条件有敏感依赖性的非周期运动. Grassberger和 Procaccia首次运用相空间重构法,从实验数据时间序列计算实验系统的奇怪吸引子的统计特征,如饱和关联维数、Lyapunov指数和 Kolmogoro熵等混沌特征量,使混沌理论进入实际应用阶段. 混沌是介于确定性与随机性之间的一种行为,因此,混沌运动长期是不可预测的. 然而,由于混沌行为中奇怪吸引子的存在,使得短期预测是可行的. 本文结合混沌理论,充分利用

收稿日期: 2006 - 03 - 12.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (50478025).
作者简介: 魏希柱 (1971—),男,博士研究生;
沈 毅 (1965—),男,教授,博士生导师;
袁一星 (1957—),男,教授,博士生导师.

历史信息,根据数据本身的客观规律进行预测,避免了人为主观性,从而提高了预测精度. 首先,判断城市用水量是否为混沌系统,其次,对其混沌特征进行定量和定性的描述,再根据城市用水量历史数据进行混沌预测并对泵站水泵机组运行工况实施控制[8].

1 城市用水量的混沌特征

混沌理论认为,动力学系统长时间预测不准确的原因,除外在随机因素的影响外,更重要的是由系统内在的动力学特征所决定,即系统对初始条件的敏感不可能长时间预测. 但是,在短时间内,系统运动轨道发散应该较小,从而利用观测资料进行短期预报是可行的[9]. 由 Packard 和 Takens等人提出的重构相空间理论[10],将混沌理论引入到时间序列分析中.

相空间重构的目的是从高维相空间中恢复混沌吸因子. 混沌吸引子作为混沌系统的特征之一,体现混沌系统的规律性,意味着混沌系统最终会落入某一特定的轨迹之中,这种特定的轨迹就是混沌吸引子. 系统任意分量的演化由与之相互作用着的其他分量所决定. 这种相关分量的信息隐藏在任一分量的发展过程中,因此,可以从某一分量的一批时间序列中提取和恢复系统原来的规律,这种规律是高维空间下的一种轨迹. 即由一个混沌系统产生的轨迹,经过一定时间的变化后,最终会做一种有规律的运动,产生一种有规则的、有形的轨迹 (混沌吸引子),而这种轨迹在经过类似拉伸和折叠后转化成与时间相关的序列时,却呈现出混乱的、复杂的的特征. 由于混沌系统的策动因素是相互影响的,因而在时间上先后产生的数据点也是相关的. Packard等建议用原始系统中的某变量的延迟坐标重构相空间, Takens证明了可以找到一个合适的嵌入维,即如果延迟坐标的维数 $m \geq 2d + 1$, d为动力系统的维数,在这个嵌入空间里可以恢复有规律的轨迹 (吸引子). 亦即在重构的 R^m 空间中的轨迹上,原动力系统保持微分同胚,从而为混沌时间序列的预测奠定了坚实的理论基础.

影响城市用水量的主要因素包括自然因素 (降水、气温、阴晴等)和社会因素 (节假日、大规模的生产、建设等),但城市用水量的决定因素是泵站的水泵机组动力系统的运行工况,因此,城市用水量属于确定性系统内的随机运动,即混沌. 柳景青[11]等提出了水量预测的分时段混沌建模方法,也说明了水量时间序列的混沌特征.

2 最大 Lyapunov指数的改进算法

设单变量的混沌时间序列为$\{x(t_i), i = 1, 2, \cdots, N\}$,该序列的时间间隔为 h,相空间重构的具体做法如下:

首先根据 G - P方法计算出关联维 d,再由 $m \geq 2d + 1$确定嵌入维 m. 根据时间序列的自相关函数下降到初始值的 $1 - 1/e$,或由信息第一次到达的最小值确定时间延迟 $\tau = kh$, k为较小的定常因子. 此时,时间序列$\{x(t_i), i = 1, 2, \cdots, N\}$的相空间可以表示为

$$Y_i(t) = (x(t_i), x(t_i + \tau), \cdots, x(t_i + (m - 1)\tau)),$$
$$i = 1, 2, \cdots, M.$$

其中: $Y_i(t)$为相空间内的点, M满足

$$M = N - (m - 1)k$$

最大 Lyapunov指数的改进算法[9]:

1) 对时间序列$\{x(t_i), i = 1, 2, \cdots, N\}$进行 FFT变换,计算平均周期 P.

2)用 C - C方法同时计算出嵌入维数 m和时间延迟 τ.

3) 根据时间延迟 τ和嵌入维数 m重构相空间 $\{Y(t_i), i = 1, 2, \cdots, M\}$.

4) 确定相空间中每一个点 Y_j的最邻点 $Y_{\hat{j}}$,并限制短暂分离,即

$$d_j(0) = \min_j \| Y_j - Y_{\hat{j}} \|, \ | j - \hat{j} | > P.$$

5) 对相空间中每一个点 Y_j,计算出该邻点对第 i个离散时间步长的距离 $d_{j(i)}$,即

$$d_j(i) = | Y_{j+i} - Y_{\hat{j}+i} |,$$
$$i = 1, 2, \cdots, \min(M - j, M - \hat{j}).$$

6) 对每个 i,求出所有 j的 $\ln d_j(i)$平均 $y(i)$,即

$$y(i) = \frac{1}{q\Delta t} \sum_{j=1}^{q} \ln d_j(i).$$

q是非零 $d_j(i)$的数目,用最小二乘法作回归直线,其斜率即是最大的 Lyapunov指数 λ_1.

Lyapunov指数作为量化初始轨道的指数发散和估计系统的混沌量的指标,是系统很好的预报参数,非常适合城市水量的短期预报. 通过预测可以实现在线控制泵站的水泵机组的运行工况.

设 Y_M 为预报的中心点,相空间中 Y_M 的邻近点为 Y_k,其距离为 $d_M(0)$,最大 Lyapunov指数为 λ_1,则

$$d_M(0) = \min_{\hat{j}} \| Y_M - Y_{\hat{j}} \| = \| Y_M - Y_k \| =$$
$$\| Y_M - Y_{M+1} \| = \| Y_k - Y_{k+1} \| e^{\lambda_1}.$$

其中:点 Y_{M+1}只有最后一个分量 $x(t_{n+1})$未知,故

$x(t_{n+1})$是可以预报的, 是基于最大 Lyapunov指数的预报模式.

3　应用实例

本文根据实际工况水量数据的混沌时间序列,将改进的小数据量的最大 Lyapunov指数的计算方法应用于供水系统的短期水量预测. 计算结果表明,该方法对小数据组可靠,而且计算量小,相对容易操作,并且具有很强的自适应能力和鲁棒性、精度高、通用性强等优点.

从天津市某水厂 1999年 3～9月 5 040个日供水量数据[12]中提取最大 Lyapunov指数,对这些数据进行 FFT变换,得到平均周期为 $P = 30$, 用 C - C方法计算时间延迟和嵌入维数分别为 $\tau = 5$ d, $m = 12$, 计算得最大 Lyapunov 指数 $\lambda_1 = 0.004\ 2$. 改进的 Lyapunov指数计算方法比 Wolf方法计算量明显减少,一方面可以通过自相关函数用 FFT变换确定较优的时间延迟 τ, 另一方面,计算中不需要每一步标准化和找夹角,而只需计算出每个邻点对的 i个离散时间步后的距离 $d_j(i)$. 所以,这种改进的方法大大减少了计算量和人为因素,提高了预测效率和预测精度.

由上面的计算可得最大的 Lyapunov指数为正,故该水量序列为混沌时间序列,可以按照最大的 Lyapunov指数进行预测.

按照混沌动力学的理论, Lyapunov指数 λ_1 的倒数 $T_m = 1/\lambda_1$ 表示混沌系统最长预报时间, $\lambda_1 = 0.004\ 2$, 从而 $T_m = 1/\lambda_1 = 238.1$ h, 即 9.9 d. 即利用混沌时间序列进行预测,在精度一定的情况下,预测最大时间长度约为 10 d. 计算结果完全符合这一结论,预测结果在一周之内精度很高,预测时间在 10 d后精度明显开始下降, 20 d后预测结果变得发散. 图 1为天津市某月的日用水量及预测值,由图 1可以看出混沌预测效果好于神经网络预测,神经网络预测稍有滞后.

4　结　论

计算 Lyapunov指数的方法是在 Wolf方法的基础上的一种改进,应用此方法进行城市水量短期预测精度明显提高. 预测的最大时间长度完全满足泵站调度的要求. 该方法尤其适用于小数据量,能够计算出比较精确的Lyapunov指数. 该方法计算量较小,相对容易操作,而且减少了计算 Lyapunov指数中的人为因素(如 Wolf方法中的 r, θ的选取),使结果更加可靠,预测精度明显提高. 该方法比较容易编制成比较通用的预测软件. 最长预报时间尺度在控制决策上是非常有意义的.

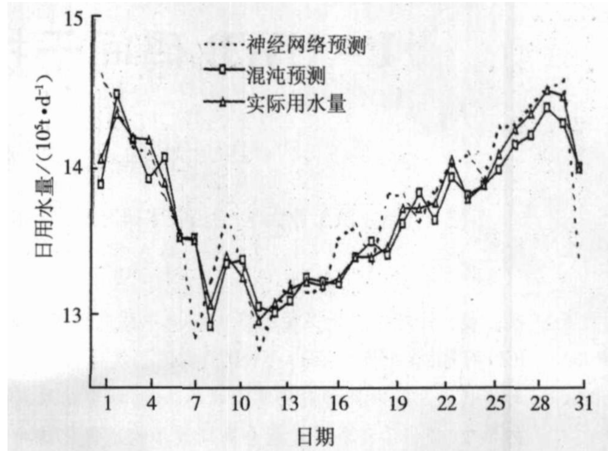

图 1　天津市某月用水量及预测值

参考文献:

[1] 袁一星,张杰,徐洪福,等. 城市用水量中长期预测模型的研究[J]. 给水排水, 2004, 30(6): 102 - 104.

[2] 赵洪宾. 给水管网系统理论与分析[M]. 北京:中国建筑工业出版社, 2003.

[3] MAN K S. Long memory time series and short term forecasts[J]. International Journal of Forecasting, 2003, 19(3): 477 - 491.

[4] HAN M, XI J, XU S, YIN F L. Prediction of chaotic time series based on the recurrent predictor neural network[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2004, 52: 3409 - 3416.

[5] PHOON K K, ISLAM M N, LIAW C Y, *et al*. Practical inverse approach for forecasting nonlinear hydrological time series[J]. Journal of Hydrologic, 2002, 7(2): 116 - 128.

[6] DULAKSHI S K, KARUNASINGHE, LONG S. Chaotic time series prediction with a global model: Artificial neural network[J]. Journal of Hydrology, 2006, 323: 92 - 105.

[7] 袁一星,兰宏娟,赵洪宾,等. 城市用水量 BP网络预测模型[J]. 哈尔滨建筑大学学报, 2002, 35(2): 56 - 59.

[8] PARK J H. Controlling chaotic systems via nonlinear feedback control[J]. Chaos, Solitons and Fractals, 2005: 23(4): 1049 - 1054.

[9] 吕金虎,陆君安,陈士华. 混沌时间序列分析及其应用[M]. 武汉:武汉大学出版社, 2002.

[10] TAKENS F. Determing strang attractor in turbulence[J]. Lecture Notes in Math, 1981, 898: 361 - 381.

[11] 柳景青,张士乔. 调度时用水量预测的分时段混沌建模方法[J]. 浙江大学学报(工学版), 2005, 39(1): 11 - 15.

[12] 周建华. 大规模城市给水管网系统优化运行模型研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学, 2003.

(编辑　杨　波)