

灰色模型在城市中长期用水量预测中的应用

舒诗湖¹, 向 高², 何文杰^{1,3}, 吴晨光¹, 赵 明¹, 袁一星¹

(1. 哈尔滨工业大学 市政环境工程学院, 哈尔滨 150090; 2. 成都基准方中建筑设计事务所,
成都 610017; 3. 天津自来水集团有限公司, 天津 300040)

摘 要: 为进行科学合理的供水系统规划, 给出一种基于记录时间较短、历史数据较少的用水量序列的 GM (1, 1) 预测方法. 该预测方法把原始用水量序列累加处理生成新序列后, 用指数关系式拟合, 通过构造参数矩阵, 确定辨识参数, 建立灰色模型的微分方程; 求解灰色模型的时间响应函数, 生成累减矩阵, 进行累减运算即得用水量序列的预测值. MAPE 精度分析结果表明 GM (1, 1) 用水量预测方法精度较高. 该预测方法应用于 D 市的中长期用水量预测, 为 D 市供水规划提供有效依据.

关键词: 供水管网; 用水量预测; 灰色模型; 供水规划

中图分类号: TU991.33 **文献标识码:** A **文章编号:** 0367-6234(2009)02-0085-03

Application of GM (1, 1) in long-term urban water demand forecast

SHU Shi-hu¹, XIANG Gao², HE Wen-jie^{1,3}, WU Chen-guang¹, ZHAO Ming¹, YUAN Yi-xing¹

(1. School of Municipal and Environmental Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150090, China;

2. Ji Zhun Fang Zhong Architectural Design Associates, Chengdu 610017, China;

3. Tianjin Water Works Group Company Limited, Tianjin 300040, China)

Abstract: To carry out the water supply system planning scientifically, the GM (1, 1) forecasting method was presented based on water demand series of short record time and less historical data. After creating new series by accumulated generating the original water demand series, this forecasting method built a differential equation of gray model by fitting with exponential formula, constructing parameter matrix and ascertaining parameter identification. The forecasting value of water demand series was obtained by solving the time response function of gray model and creating inverse accumulated generating matrix for inverse accumulated generating operation. Precision analysis by MAPE method indicates that the precision of GM (1, 1) is good enough to carry out a water system planning. Application of this high-precision method to the long-term water demand forecast of D city shows that it is an effective warranty for the city's water system planning.

Key words: water distribution network; water demand forecast; gray model; water system planning

近年来,随着我国经济的飞速发展,城市规模不断扩张,现有供水系统已经不能满足未来几年的供水需求,必须依照未来城市发展与城市布局进行科学合理的供水系统规划.在充分研究现状资料基础上,对城市未来的人口变化、社会经济发

展情况、用水要求和水源保障、现状给水设施、管网布局存在的问题等进行综合分析,合理确定供水规模和相应的供配方式.用水量的预测,既要符合城市发展的需要,又要与水环境和水资源的承载力相适应,以维持水资源平衡及可持续利用.

城市用水量预测一般可分为两大类:短期预测和中长期预测.短期预测主要用于供水管网的优化运行与水泵的优化调度.中长期预测根据城市年用水量记录结合城市经济发展及人口增长速度等多方面因素对未来几年城市用水量做出预测,主要为城市的整体建设规划和给水管网系统

收稿日期: 2007-07-05.

基金项目: 黑龙江省自然科学基金重点资助项目 (ZJG0503); 国家十一五科技支撑计划重点项目 (2006BAJ08B03).

作者简介: 舒诗湖 (1981—), 男, 博士研究生;

何文杰 (1956—), 男, 教授, 博士生导师;

袁一星 (1957—), 男, 教授, 博士生导师.

优化改扩建研究提供依据^[1].

传统的用水量预测方法主要有回归预测分析方法和时间序列分析方法. 回归预测法也叫解释性预测方法. 该方法认为输入变量的变化将引起系统输出变量的变化, 即系统的输入与输出之间存在某种因果关系. 在输入量中, 一般需要考虑气象、人口增长、工商业分布及居民活动、节假日作用等影响因素. 当用于中长期用水量预测时常采用下面一种综合性方法: 回归 - 马尔柯夫链预测模型. 它是用一元线性回归分析法对用水量序列趋势进行分析, 用马尔柯夫对序列“滤波”, 排除或削弱随机因素的影响, 从而确定序列未来状态值^[2]. 时间序列分析方法认为时间序列中的每一个资料都反映了当时众多影响因素综合作用的结果, 整个时间序列则反映了外部影响因素综合作用下预测对象的变化过程, 假设预测对象的变化仅与时间有关, 预测过程只依赖于历史观测资料及其资料模式, 从而使预测研究更为直接和简捷. 用水量预测的时间序列分析方法通常有: 自回归 (AR) 预测法; 滑动平均 (MA) 预测法; 自回归滑动平均 (ARMA) 预测法; 指数平滑预测法; 增长曲线法等.

近年来, 随着神经网络的发展, 其被广泛应用于模式分类、特征抽取等方面. 反馈式网络用于优化计算和联想记忆. 人工神经网络预测方法在多样本、历史数据较多的情况下可达到较高精度的预测^[3].

我国城市中长期用水量序列存在两种基本情形: 一是用水量序列记录时间较长、历史数据较多; 一是用水量序列记录时间较短、历史数据较少. 由于社会发展等多方面的原因, 使得两类用水量序列在数据模式、变化趋势诸方面都存在较大不同. 就目前我国城市用水量序列的特点而言, 更多的是属于记录时间较短、历史数据较少的一类. 这类用水量序列可应用灰色系统预测方法对其进行分析^[4]. 与神经网络预测方法相比, 它具有计算量小, 在少样本情况下也可达到较高精度的优点.

1 灰色预测方法

灰色系统 (Grey System) 是指信息不完全、不确定的系统, 灰色问题 (Grey Problem) 是指结构、特征、参数等信息不完备的问题. 灰色预测是指对本征性灰色系统, 根据过去及现在已知的或未确知的信息建立一个从过去延伸到将来的 GM 模型, 从而确定系统在未来发展变化的趋势. 灰色预

测不追求个别因素的作用效果, 力图通过对原始数据的处理削弱随机因素的影响来寻找其内在规律. 由原始序列经累加处理生成序列后, 可用指数关系式拟合, 通过构造数据矩阵建立 n 阶微分方程模型. 一阶线性动态模型 GM (1, 1) 对应的微分方程如式 (1) 所示.

$$dx^{(1)} / dt + ax^{(1)} = u \quad (1)$$

式中: $x^{(1)}$ 为原始序列的累加生成序列; a , u 为参数向量.

设 $\hat{a} = \begin{bmatrix} a \\ u \end{bmatrix}$, 则由最小二乘法原理可得式

(2).

$$\hat{a} = (B^T B)^{-1} B^T Y_N. \quad (2)$$

$$\text{式中: } B = \begin{bmatrix} -1/2(x^{(1)}(1) + x^{(1)}(2)) & 1 \\ -1/2(x^{(1)}(1) + x^{(1)}(2)) & 1 \\ \dots & \dots \\ -1/2(x^{(1)}(1) + x^{(1)}(2)) & 1 \end{bmatrix};$$

$$Y_N = (x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(N))^T.$$

则 GM (1, 1) 模型的时间响应函数模型如式 (3) 及式 (4).

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = (x^{(0)}(1) - \frac{u}{a}) e^{-ak} + \frac{u}{a}, \quad (3)$$

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = \hat{x}^{(1)}(k+1) - \hat{x}^{(1)}(k). \quad (4)$$

2 GM (1, 1) 用水量预测模型的建立及求解

将已有用水量序列数据表示为式 (5).

$$yssl = \{yssl(1), yssl(2), \dots, yssl(n)\}. \quad (5)$$

对 $yssl$ 作一次累加处理, 生成一阶灰色模块如式 (6).

$$sl = \{sl(1), sl(2), \dots, sl(n)\}. \quad (6)$$

式中

$$sl(k) = \sum_{m=1}^k yssl(m). \quad (7)$$

并生成解微分方程的参数矩阵

$$y = \{yssl(2), yssl(3), \dots, yssl(n)\}. \quad (8)$$

计算解微分方程的另外一个参数矩阵

$$b = \begin{bmatrix} -0.5(sl(1) + sl(2)) & 1 \\ -0.5(sl(1) + sl(2)) & 1 \\ \dots & \dots \\ -0.5(sl(n-1) + sl(n)) & 1 \end{bmatrix}. \quad (9)$$

确定辨识参数:

$$a = (b^T \times b)^{-1} \times b^T \times y. \quad (10)$$

建立灰色模型的微分方程:

$$\frac{dsl}{dt} + a(1, 1) \times sl = a(2, 1). \quad (11)$$

求出灰色模型的时间响应函数,生成累减矩阵:

$$q(k+1) = \left[y_{ssl}(1) - \frac{a(2,1)}{a(1,1)} \right] \times e^{-a(1,1) \times k} + \frac{a(2,1)}{a(1,1)}.$$

(12)

进行一次累减运算即得用水量序列的预测值:

$$y_{csl}(k+1) = q(k+1) - q(k).$$

(13)

3 预测结果与精度分析

对各种事物和系统进行预测,无论采用何种方法、建立何种预测模型,都涉及到预测精度的问题.很多预测学者认为,预测精度若大于或等于 85%,则认为预测是成功的^[5].

目前预测值精度一般用 MAPE 表示,MAPE 为平均绝对百分比误差,若 MAPE 的值小于 10,则认为 是高精度的预测.其计算公式如式 (14)所示.

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |P_i|.$$

(14)

表 1 D 市用水量预测结果分析

年份	实际用水量 /万 m ³	预测用水量 /万 m ³	相对百分比误差
1997	21231	21990	3.575
1998	22729	22801	0.317
1999	23537	23641	0.442
2000	24583	24513	0.285
2001	25652	25417	0.916
2002	26182	26354	0.657
2003	27488	27325	0.593
2004	28111	28333	0.790
2005	29711	29377	1.124
2006	30253	30460	0.684
2007	-	31583	-
2008	-	32748	-
2009	-	33955	-
2010	-	35207	-
2015	-	42194	-
2020	-	50567	-

4 结 语

针对我国城市中长期用水量序列多属于记录时间较短、历史数据较少的小样本用水量序列的特点,提出了灰色系统 GM (1, 1)用水量预测方法,建立了 GM (1, 1)用水量预测模型,实际验证其精确度可以满足预测的要求,为 D 市规划期内城市水资源的合理利用与配置提供了理论依据.

参考文献:

[1] KLENER Y, ADAMSB J, ROGERS J S Water distribution network renewal planning[J]. J Computing in

式中: n 为样本数据个数; P_i 为相对百分比误差 (%).

应用灰色预测方法把 D 市 1997~2006 年年用水量数据作为预测的历史数据,在实际应用中利用 Matlab 进行了编程计算,用所得预测模型对 D 市 1997 年~2006 年年用水量进行模拟预测,以便确定预测模型精度是否可用于规划期内的用水量预测.历史用水量数据和用水量模拟预测结果分析如表 1 所示.

经过计算可得模拟预测的平均绝对百分比误差 MAPE 值为 0.94,属于高精度的预测,可以满足规划期内用水量预测的要求.基于 1997~2006 年实际年用水量数据,用所得预测模型对 D 市 2020 年规划期内年用水量进行预测,以便对规划期内城市的水资源进行合理利用与配置,结果如表 1 所示.

Civil Engineering, 2001, 15 (1): 15 - 26

[2] 曹萍. 城市年用水量的马尔可夫过程仿真预测[J]. 西安科技学院学报, 2001, 21 (4): 333 - 336

[3] FORTNER B. Climate change report predicts water supply challenges[J]. J Civil Engineering, 2001, 71 (2): 16 - 21.

[4] 张洪国,赵洪宾,李恩轸. 城市用水量灰色预测[J]. 哈尔滨建筑大学学报, 1998, 31 (4): 32 - 37.

[5] 张洪国. 大规模给水管网系统实用改扩建的研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨建筑大学, 1998

(编辑 刘 彤)