

# 基于半 Markov 过程的给水管网 维修资金分配优化

孟凡奇, 俞国平

(同济大学 环境科学与工程学院, 上海 200092)

**摘 要:** 在管网维修时, 为了实现合理有效地利用有限的资金目标, 提出了基于半 Markov 过程的维修资金分配优化模型。模型的目标函数是求系统可靠性即整个系统各管段加权长期可靠性的最大值。在该维护程序中使用了水力可靠性来确定管段的权重。并以实例说明如何利用这个模型进行实际的运算。

**关键词:** 给水管网; 资金分配; 半 Markov 过程; 优化

**中图分类号:** TU991.61

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1672-0679(2007)02-0057-06

给水管网是城市给水系统重要的组成部分, 其可靠运行对整个给水系统充分发挥经济效益和社会效益起着举足轻重的作用。但是由于机械故障或因水力条件变化等原因会引起管网事故, 如果不能及时进行维修, 将对供水用户的生产生活产生重大影响。由于在给水管网系统发生事故时, 可能会发生可供使用的资金短缺而造成不能满足同时维修替换要求的情况。所以, 必须采用有效的方法利用有限的资金保证给水管网系统的供水可靠性, 使影响降至最小。

一般认为在给水管网中, 应该首先确定每个管段的维修的优先次序。而解决方法并不是简单的找出一个最优的维修资金分配或者对整个管网进行资金分配。这是因为这个过程需要求解大规模的复杂的非线性规划<sup>[1]</sup>。

在实际进行管网维修资金分配时, 除了满足维修费用前提外, 另一个重要的目标就是保证系统可靠性。一般会选择维修费用或者系统可靠性作为目标函数。但是, 对于一些重要的流量大的大管段, 更适合采用系统可靠性作为目标函数来求解。国外一些研究者已经提出了模型, 他们用半 Markov 过程模拟单个管段的腐蚀损坏过程, 并用系统可靠性作为目标函数, 给出了相应的求解<sup>[2]</sup>。但是他们的研究存在一定的局限性, 因为模型是复杂的非线性规划, 并且需要事先确定维修时间。而在现实中管网事故是随机发生的, 因而并不能事先确定维修时间。笔者在这些研究的基础上根据半 Markov 过程的原理对整个管网的大管段建立了一个模型。通过特殊方法把非线性模型转变为线性模型, 并利用 Dantzig-Wolfe 分解算法来求解模型。

## 1 单一管段的优化模型

定义管段为两个节点之间的连接。用半 Markov 过程来模拟管段的腐蚀损坏过程。在这个过程中, 管段的状态分为新管状态、经过了  $n$  次维修状态和正进行维修或替换的状态。满足以下条件时管段将被替换: (1) 不考虑管段的使用年限, 只要经过第  $N$  次损坏后, 管段被替换; (2) 当管段经历了一次损坏之后, 如果他的运行时间超过事先确定的运行时间极限, 那么替换此管段; 如果没有达到, 则进行维修。

半 Markov 过程的状态代表了管段在不同时段内的各种行为状态: (1) 状态 0: 在安装或替换后正常运行的新管; (2) 状态  $2n$  ( $n=1, \dots, N$ ): 管段在经历了  $n$  次维修后正常运行; (3) 状态  $2n-1$  ( $n=1, \dots, N$ ): 管段在经历第  $n$  次的维修状态, 此时, 管段刚刚经历了一次破坏, 并且他的前一个状态 ( $2n-2$ ) 并没有达到预定的运行时间极限; (4) 状态  $2N+1$ : 管段经历了一个替换状态。这个状态是他的运行时间在损坏时达到了运行时间极

[收稿日期] 2007-03-29

[作者简介] 孟凡奇(1981-), 男, 安徽六安人, 硕士研究生。

限或者正经历第  $N+1$  次的损坏。

如果  $T_{2n-2}(n=1, \dots, N)$  表示运行状态  $2n-2(n=1, \dots, N)$  的替换极限时间, 此外, 下次损坏时, 管段将被替换。这时的优化结果与  $[N, T_{2n-2}(n=1, \dots, N)]$  有关, 则根据以上关系来建立模型并进行研究。

由于管段第  $N$  次损坏后将被替换, 因此, 选择合适的  $N$  值是确定资金分配的最重要的工作之一。Luong 等人用灵敏度分析的方法研究了  $N$  值的总体影响<sup>[2]</sup>, 并给出了选择  $N$  的原则, 一般情况下, 寻找最优结果时, 在一个允许的总费用值下, 常常会有多个  $N$  值对应相同的优化结果, 即产生相同的结果。但是, 由于优化结果与此值有关, 因而选择较小的  $N$  值较好。从他们的研究中可以发现, 仅仅维护的直接费用才是研究的内容。

对单一管段, 其维修费用可由公式:  $F = \sum_{n=0}^N F_{2n-1} \phi_{2n-1} + \frac{C_{sr}}{t_{sr}} \phi_{2N+1} = \frac{C_r}{t_r} \sum_{n=0}^N \phi_{2n-1} + \frac{C_{sr}}{t_{sr}} \phi_{2N+1}$  求解。其中  $F_{2n-1}$  为维修状态  $2n-1$  时的费用 ( $n=1, \dots, N$ );  $C_r, C_{sr}$  为其中的平均维修与替换费用;  $t_r, t_{sr}$  为平均的维修与替换次数;  $\phi_{2n-1}$  和  $\phi_{2N+1}$  分别为维修状态  $2n-1$  和替换状态  $2N+1$  时的极限概率。

## 2 整个管网的优化模型

### 2.1 目标函数

使用系统可靠性作为目标函数, 首先要确定权重系数, 如某管段比较重要, 那么, 这个管段设定的权重会比较大。在这里, 把系统可靠性定义为节点可靠性的加权和。对供水节点来说, 主要是用供水节点与水源节点可连接性来表征节点可靠性, 并可用图论中的拓扑方法割集方法来求解。当该值达到最大时, 即为此时

的最优策略。因此, 目标函数可表示为:  $\text{Maximize } z = \sum_{k=1}^K w^k \phi^k = \sum_{k=1}^K w^k \sum_{n=1}^N \phi_{2n}^k$ 。其中  $\phi^k$  为管段的长期运行可靠性;  $\phi_{2n}^k$  为管段  $k$  在运行状态  $2n$  时的长期运行可靠性;  $w^k$  为在目标函数中管段  $k$  的权重。

通常  $w^k$  的值在计算前预先设定, 使在管网中较重要的管段获得更大的权重值。这里使用的系统可靠性概念允许用水力学方法通过选用一个适宜的权重来求解最优策略。这样的定义有更广泛的应用前景, 可以在大型的真实管网中应用。

为了确定这些权重, 将会在笔者提出的模型中使用水力可靠性的概念来求解。这将作为管网中较重要管段的重要指标。当某一管段(如管段  $k$ ) 在非正常状态(维修状态或替换状态)时, 系统可靠性降低很大, 那么该管段的权重  $w^k$  将比其他的处于非正常状态时的管段系统可靠性降低较小的大。定义  $R^k$  为管段  $k$  在非正常状态下的系统可靠性, 那么可以用  $1-R^k$  计算管段权重。在模型中,  $w^k = (1-R^k) / \sum_{k=1}^K (1-R^k)$ , 则  $\sum_{k=1}^K w^k = 1$ 。

### 2.2 水力可靠性

20 世纪 80 年代初期, 管网可靠性的概念认为, 系统是由机械、电气和电子设备仪表组成, 以串联、并联、桥联等一系列混合形式构成一个较复杂的机电系统, 其中元件仅存在机械上的正常与故障两种运行状态。80 年代后期, 有人提出了水力可靠性的概念, 即考虑了虽然能满足节点的可连接性要求, 但由于需求量的随机波动和水头损失的随机变化而不能完成输送足够水量、水压等水力因素, 用其作为目标函数比机械可靠性更为严格。

考虑到水力需求, 系统可靠性的基本概念应该是指水必须在要求的时间、压力和流量的前提下, 由水源输送到每个供水节点。为方便起见, 把可靠性定义为供水中最小的最小缺水量与总需水量比的补数, 即最大供水流量与最大需求量之比。于是, 对于节点, 管网中供水节点  $m$  的节点水力可靠性  $R_m = q_m / q_m^r$ 。  $q_m, q_m^r$  为节点  $m$  的流出流量(供水量)与需求流量。相应的系统水力可靠性  $R = \sum_{m \in D} q_m / \sum_{m \in D} q_m^r = \sum_{m \in S} Q_m / \sum_{m \in D} q_m^r$ 。其中  $S, D$  分别为水源节点的集与供水节点的集;  $Q_m$  为水源节点供水量。则节点可靠性和系统可靠性的关系为

$$R = \sum_{m \in D} R_m q_m^r / \sum_{m \in D} q_m^r \quad (1)$$

在式(1)中系统可靠性是所有节点可靠性的加权平均数, 而其中的权重即为供水节点的需求流量。在实际中, 其他的权重值可以人为确定和根据每个节点的重要水平来分配。

公式(1)的系统可靠性定义是尽可能供水到供水节点的系统能力。这可能会导致在供水能力不足的情况下, 管网中某些节点供水充足, 而另外的一些节点供水不足或无水可供。在树状管网有可能会发生这种情况。对树状管网, 最好用节点可靠性几何平均值来求解系统可靠性。节点可靠性和系统可靠性的关系可由下式表示:  $R = \sqrt[M_b]{\prod_{n \in D} R_n}$ , 其中  $M_b$  为管网中供水节点的数量。

由于目前的大部分管网都采用环状网结构, 因此可用公式(1)进行求解。在求解节点可靠性和系统可靠性时将使用最大流量模型<sup>[3]</sup>。考虑当管段  $k$  从管网中分离出去的管网结构, 即当管段  $k$  处于非正常状态时, 可以计算出此时的系统可靠性( $R^k$ )。因而可以先根据管网中管段的  $R^k$  值求出模型中的权重, 然后对整个给水管网进行资金分配优化。

### 2.3 最终数学模型

如前所述, 对整个管网建立资金分配优化模型为:

$$\text{Maximize } Z = \sum_{k=1}^K w^k \phi^k = \sum_{k=1}^K w^k \sum_{n=1}^{N^k} \phi_{2n}^k \quad (2)$$

s.t.

$$\sum_{j=0}^{2N^k+1} P_{ij}^k (\phi_j^k / \tau_j^k) = \phi_i^k / \tau_i^k \quad k=1, 2, \dots, K; i=0, 1, 2, \dots, 2N^k+1 \quad (3)$$

$$\sum_{i=0}^{2N^k+1} \phi_i^k = 1 \quad k=1, 2, \dots, K \quad (4)$$

$$\sum_{k=1}^K \sum_{i=0}^{2N^k+1} F_i^k \phi_i^k \leq F_a \quad (5)$$

$$\begin{aligned} T_{2m}^k &\geq 0 & k=1, 2, \dots, K; n=0, 1, 2, \dots, N^k-1 \\ \phi_1^k &\geq 0 & k=1, 2, \dots, K; i=0, 1, 2, \dots, 2N^k+1 \end{aligned} \quad (6)$$

其中:  $k$  为管段的序号 ( $k=1, 2, \dots, K$ );  $N^k$  为管段  $k$  的最大损坏次数, 损坏超过  $N^k$  次后, 刚替换该管;  $F_i^k$  为管段  $k$  在状态  $i$  时的费用 ( $k=1, 2, \dots, K; i=0, 1, \dots, 2N^k+1$ );  $F_a$  为整个管网维修所允许最大的费用;  $T_{2m}^k$  为管段  $k$  在状态  $2n$  的极限持续时间 ( $k=1, 2, \dots, K; n=0, 1, \dots, N^k-1$ );  $P_{ij}^k$  为管段  $k$  从状态  $j$  转换至状态  $i$  的跃迁概率 ( $k=1, 2, \dots, K; i, j=0, 1, \dots, 2N^k+1$ );  $\phi_n^k$  为管段  $k$  在状态  $n$  时维持稳态的概率 ( $k=1, 2, \dots, K; n=0, 1, \dots, 2N^k+1$ );  $\phi^k$  为管段  $k$  的长期运行可靠性 ( $k=1, 2, \dots, K$ ),  $\phi^k = \sum_{n=0}^{N^k} \phi_{2n}^k$ ;  $\tau_n^k$  为管段  $k$  在状态  $n$  的期望驻留时间 ( $k=1, 2, \dots, K; n=0, 1, \dots, 2N^k+1$ )。

可以通过引入以下变量使模型转变为线性规划

$$\phi_{2n, 2n+1}^k = P_{2n, 2n+1}^k \phi_{2n}^k \quad (7)$$

$$\phi_{2n, 2N^k+1}^k = P_{2n, 2N^k+1}^k \phi_{2n}^k \quad (8)$$

事实上, 利用  $T_{2m}^k$  可以决定用来表示管网中管段逐步腐蚀损坏过程的嵌入式 Markov 链的跃迁概率, 用  $T_{2m}^k$  也可以从式(3)、(4)中确定其中的维持稳态的概率。因此, 优化模型的解仅仅与  $T_{2m}^k$  有关。尽管如此, 优化模型仍可以通过  $\phi_i^k$  ( $k=1, 2, \dots, K; i=0, 1, \dots, 2N^k+1$ ),  $\phi_{2n, 2n+1}^k$ ,  $\phi_{2n, 2N^k+1}^k$  ( $k=1, 2, \dots, K; n=0, 1, \dots, 2N^k+1$ ) 解出。当模型的解被求出, 由式(7)、(8)可以确定嵌入式 Markov 链所有的跃迁概率。关键变量  $T_{2m}^k$  能与相应的跃迁概率一一对应来确定。

在转换后的线性模型中, 模型隐含了另一个限制条件

$$\phi_{2n, 2n+1}^k + \phi_{2n, 2N^k+1}^k = \phi_{2n}^k \quad (k=1, 2, \dots, K; i=0, 1, \dots, N^k-1) \quad (9)$$

根据以上引入的变量,可以看出模型是一个方块角系统,并且仅有一个连接约束。因此,此模型可以用分解的方法来求解,在分解的每一步中,原始模型可以根据管网中  $k$  个管段分解成  $k$  个亚模型。可以在这里使用 Dantzig-Wolfe 分解算法来求解。

### 3 算例

某市管网(见图1)的节点和管段的基本资料见表1,表2。水源节点(节点1)的提升水头 35 m, 泵站系统最大的提升水头 80 m。每次维修所需求的时间为: 维修时间(h) =  $40.9953 \times \text{Diameter(m)}^{0.4576}$ 。对一个管段的替换时间由管段的长度和管径决定: 替换时间(h) =  $0.1484 \times \text{Length(m)} \times \text{Diameter(m)}^{0.1789}$ 。

把某一个管段从管网中移出时,管网的系统可靠性如表3所示。从表3可以看出,管段8、10、12在管网中并不重要,因为当这些管段从管网中分离出去时,仍然能保证从水源节点到供水节点的供水。由此可知在当初设计这些管段时主要是为了使管网在最初的设计过程中具备一定的拓扑冗余。在管网中最重要的管是管段1、2、3。当这三个管段的其中一个从管网中分离出去时,系统可靠性降低幅度将很大,许多节点将不能满足需求供水量或者根本不可能供水。

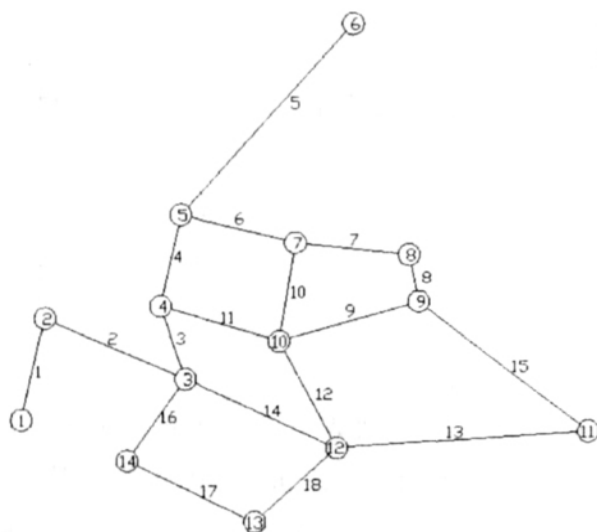


图1 管网图

表1 管段资料

| 管段 | 起始节点 | 末端节点 | 长度/m   | 海森-威廉系数 | 管径 /m |
|----|------|------|--------|---------|-------|
| 1  | 1    | 2    | 3 201  | 120     | 2.00  |
| 2  | 2    | 3    | 5 699  | 120     | 2.00  |
| 3  | 3    | 4    | 2 849  | 120     | 2.00  |
| 4  | 4    | 5    | 3 462  | 120     | 1.50  |
| 5  | 5    | 6    | 10 089 | 120     | 0.90  |
| 6  | 5    | 7    | 4 251  | 120     | 1.20  |
| 7  | 7    | 8    | 5 254  | 120     | 0.90  |
| 8  | 9    | 8    | 1 858  | 120     | 0.20  |
| 9  | 10   | 9    | 5 694  | 120     | 0.80  |
| 10 | 10   | 7    | 4 401  | 120     | 0.20  |
| 11 | 4    | 10   | 4 399  | 120     | 1.20  |
| 12 | 12   | 10   | 4 130  | 120     | 0.20  |
| 13 | 12   | 11   | 9 351  | 120     | 0.60  |
| 14 | 3    | 12   | 5 038  | 120     | 0.80  |
| 15 | 11   | 9    | 8 810  | 120     | 0.40  |
| 16 | 3    | 14   | 3 706  | 120     | 0.60  |
| 17 | 14   | 13   | 5 232  | 120     | 0.40  |
| 18 | 13   | 12   | 4 076  | 120     | 0.50  |

由于管段8、10和12并不能给总的系统可靠性的增加有所贡献,因此可以被忽略,在下一步的计算中不被考虑。表3记录了在优化过程中计算出的其他管段的权重值。假定该市的所有大管段使用相同的材料并且该市的全年气候环境变化并不大(温度,湿度等),管段的损坏主要是因为使用年限太长,因此可把管网中所有管的腐蚀过程看成为基本相似。管段在状态0、2、4时驻留时间按照威布尔分布并使用形态参数4,相应的比例参数是0.012 754、0.015 686和0.015 843。对于其他的运行状态,使用了参数为0.5的柏松型模型模拟。准确的讲,对管网中的不同管段都应存在有不同的模型求解。但是,由于缺乏相应的历史记录数据,由于前面叙及的原因,在这里的其他管段直接采用管段3的参数值,这是本文的局限性。

尽管以上假定的管段相似在实际生活中不存在,但是针对特定情况,笔者仍会给出一些在实际运用时有价值的建议。这些分析表明了如何根据管网中的管段的位置或重要程度、需要的维修和替换时间、维修资金分配来确定其优先权。笔者在对整个管网进行维修资金分配优化时,将使用  $N=4$  这个值来进行计算。在计算过程中,能够发现在一个固定的总费用值时,在一个给定的总允许维修资金值时会存在多个优化结果。但是,笔者倾向于采用较小的  $N$  值,因为这样可以推出相对单一的维护方案。不过,也能发现当管段在达到前文所列的条件需要替换时,替换管段不一定经济(例如:当管段第4次损坏的时候)。从计算结果看,取  $N=4$  是有一定根据的,在管段3的资金分配上比较明显,而其他管也使用该值则缺乏根据。不过,在假定所有的大管段都使用了相同的材料并且在平坦的地形中同时安装且工作环境相同的前提下,对管网中所有管段都用



$N=4$  来进行计算有一定道理。

表 4 是每个管段的最小、最大需求维修资金和对应的最佳可靠性。当总允许费用为 147.6 万/a 时的资金分配优化与每个管的可靠性见表 5。

从表 5 可以看出仅仅管段 1 分配了最大资金。管段 3 的资金分配在最高和最低之间, 其他的管都分配了最小资金。初看来, 在管段 2 和 3 的资金分配中, 这个优化结果有点出乎意外。按一般思维, 管段 2 应该分配中等资金而管段 3 分配最小资金。不过, 在结果中管段 3 在资金分配上的重要性超过管段 2 可以解释为管段 2 需要的维修资金更高。更进一步讲, 这种矛盾的结果也可以表述为: 尽管管段 2 在管网中的结构位置比管段 3 重要, 并且在目标函数中有更大的权重, 但从表 4 可以发现, 由于管段 2 需要更高的维修资金, 所以它的可靠性要低于管段 3。因此, 管段 3 在资金分配时当然会有更高的资金分配。能够发现在以上的优化维修资金分配中两者在运行状态时的长期运行时间的百分比可以通过两者安全乘积来近似的表达出来。即:  $\Phi^2 \times \Phi^3 = 0.998\ 925\ 07$ 。如果现在假定管段 3 分配了最小费用, 且从管段 3 中减少的资金分配给了管段 2, 那么会发现两者相应的优化可靠性是  $\Phi^2 = 0.999\ 317\ 3$ ,  $\Phi^3 = 0.999\ 597\ 4$ , 此时  $\Phi^2 \times \Phi^3 = 0.998\ 915\ 0 < \Phi^2 \times \Phi^3$ 。说明在表 5 中管段 2 和 3 的长期安全运行性比其他状态要好, 实际上等于说, 对于管网中所有管的长期安全运行性要高(此值是通过所有管段的可靠性乘积计算得出)。那么在优化中对于某一管段的资金分配优先度不仅根据该管在管网中的结构重要性而且也考虑了该管对于整个管网的系统可靠性增加的贡献。

表 2 节点资料

| 节点 | 需求流量 / $\text{m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$ | 最小水头 /m | 需求水头 /m |
|----|-----------------------------------------|---------|---------|
| 1  | -                                       | -       | -       |
| 2  | 354.14                                  | 26.0    | 40.0    |
| 3  | 4 307.66                                | 12.5    | 26.5    |
| 4  | 3 677.68                                | 13.0    | 27.0    |
| 5  | 1 567.80                                | 12.5    | 26.5    |
| 6  | 1 751.12                                | 12.5    | 26.5    |
| 7  | 3 064.74                                | 13.0    | 27.0    |
| 8  | 2 341.54                                | 12.5    | 26.5    |
| 9  | 2 424.24                                | 13.0    | 27.0    |
| 10 | 3 493.81                                | 15.0    | 29.0    |
| 11 | 1 117.72                                | 11.0    | 25.0    |
| 12 | 1 731.60                                | 16.0    | 30.0    |
| 13 | 1 173.84                                | 12.0    | 26.0    |
| 14 | 586.92                                  | 16.0    | 30.0    |

表 3 移除某一管段后的系统可靠性和权重

| 拿掉的管 | 系统可靠性       | 权重        |
|------|-------------|-----------|
| 1    | 0.000 000 0 | 0.253 615 |
| 2    | 0.012 894 5 | 0.250 360 |
| 3    | 0.334 045 2 | 0.168 896 |
| 4    | 0.650 881 2 | 0.885 420 |
| 5    | 0.936 537 1 | 0.016 095 |
| 6    | 0.779 941 7 | 0.055 810 |
| 7    | 0.887 377 7 | 0.028 563 |
| 8    | 1.000 000 0 | -         |
| 9    | 0.889 230 2 | 0.028 093 |
| 10   | 1.000 000 0 | -         |
| 11   | 0.766 051 2 | 0.059 333 |
| 12   | 1.000 000 0 | -         |
| 13   | 0.973 444 3 | 0.006 735 |
| 14   | 0.883 141 4 | 0.029 370 |
| 15   | 0.997 476 1 | 0.000 640 |
| 16   | 0.973 213 4 | 0.006 794 |
| 17   | 0.993 098 5 | 0.001 750 |
| 18   | 0.979 746 7 | 0.005 137 |

表 4 最小需求资金, 最大资金和相应的最佳可靠性

| 管段 | 最小资金及相应可靠性                   |             | 最大资金及相应可靠性                   |             |
|----|------------------------------|-------------|------------------------------|-------------|
|    | 资金 /万元 $\cdot \text{a}^{-1}$ | 最佳可靠性       | 资金 /万元 $\cdot \text{a}^{-1}$ | 最佳可靠性       |
| 1  | 17.3                         | 0.999 561 2 | 17.7                         | 0.999 610 6 |
| 2  | 30.7                         | 0.999 310 0 | 31.4                         | 0.999 354 0 |
| 3  | 15.4                         | 0.999 567 4 | 15.7                         | 0.999 647 6 |
| 4  | 11.5                         | 0.999 566 4 | 11.7                         | 0.999 609 1 |
| 5  | 14.0                         | 0.999 036 5 | 14.3                         | 0.999 057 6 |
| 6  | 9.7                          | 0.999 516 0 | 9.8                          | 0.999 553 0 |
| 7  | 7.3                          | 0.999 458 8 | 7.5                          | 0.999 489 0 |
| 9  | 6.5                          | 0.999 434 7 | 6.6                          | 0.999 462 3 |
| 11 | 10.0                         | 0.999 950 2 | 10.2                         | 0.999 539 0 |
| 13 | 7.1                          | 0.999 171 1 | 7.3                          | 0.999 188 5 |
| 14 | 5.7                          | 0.999 490 8 | 5.9                          | 0.999 519 7 |
| 15 | 4.1                          | 0.999 276 0 | 4.2                          | 0.999 290 1 |
| 16 | 2.8                          | 0.999 629 7 | 2.9                          | 0.999 657 0 |
| 17 | 2.4                          | 0.999 546 4 | 2.5                          | 0.999 566 3 |
| 18 | 2.5                          | 0.999 615 4 | 2.6                          | 0.999 639 7 |

笔者还研究了在维修资金分配决策过程中每个管的相应的替换期限的确定, 结果如下: 管段分配资金

与它的最大资金相等时(管段 1), 则在第 3 次损坏时进行替换。第 1、2 次损坏时维修。分配资金与管段的最小需求资金相等时, 将仅在第 5 次损坏时替换, 而其他次则维修。管段 3 将在第 3 次损坏并且运行时间超过 64 a 时替换, 或者在第 5 次损坏时替换。从操作上看, 以上的结果对每一个管段都给出了相当清晰的维修资金分配。尽管如此, 必须明确的是本文对管网问题中最重要的决策是对每一个单一管段进行维修资金的分配。 $T_{2m}^k$  的值大小并不是研究的主要目的。这是对单一管段的优化时研究的主要内容。对单一管段来说, 也许存在多个  $N$  值对应相同的优化结果。但是在对整个管网的求解中, 即使选择了  $N$  为 4 这个值, 在保证整个管网系统可靠性前提下, 仍可以对不同的管采用不同的  $N$  值, 如前例中。因而进一步可以推求  $N$  值和对应的值。

#### 4 结语

笔者对于整个管网的维修资金分配建立了一个数学模型, 提出了一个新的概念——系统可靠度加权和, 在此使用配水管网的水力可靠度计算系统可靠性的权重。该模型虽然复杂, 但可以使它转变为线性模型并利用 Dantzig-Wolfe 分解算法求解, 可以方便的应用于大型管网中。在管网中对不同管段的资金分配有三个主要的因素: (1) 管段在管网中的重要程度; (2) 每个管段需求的维修资金; (3) 每个管段的单个优化可靠性, 意义是每个管段对于总系统可靠性提升所起到的贡献程度, 它与所分配的维修资金有关。

由于缺少其他管段的资料, 利用管段 3 的历史记录来推求到整个管网的计算, 这样实例中所得到的结果可信度并不是很高。但笔者的主要目的是通过这一实例来解释如何使用模型求解实际工程中的问题, 另外笔者也没有考虑货币的边际效应问题, 这并不是一个难点, 可以在以后的应用中加以改进。

表 5 最优的资金分配和此时的各管可靠性

| 管段       | 分配资金 /万元 | 可靠性         |
|----------|----------|-------------|
| 1        | 17.7     | 0.999 610 6 |
| 2        | 30.7     | 0.999 310 0 |
| 3        | 15.5     | 0.999 614 8 |
| 4        | 11.5     | 0.999 566 4 |
| 5        | 14.0     | 0.999 036 5 |
| 6        | 9.7      | 0.999 516 0 |
| 7        | 7.3      | 0.999 458 8 |
| 9        | 6.5      | 0.999 434 7 |
| 11       | 10.0     | 0.999 502 4 |
| 13       | 7.1      | 0.999 171 1 |
| 14       | 5.7      | 0.999 490 8 |
| 15       | 4.1      | 0.999 276 0 |
| 16       | 2.8      | 0.999 629 7 |
| 17       | 2.4      | 0.999 546 4 |
| 18       | 2.5      | 0.999 615 4 |
| 系统可靠性加权和 |          | 0.999 495 2 |

#### 参考文献:

- [1] 章征宝. 城市给水系统可靠性分析[D]. 合肥:合肥工业大学, 2006.
- [2] Luong H T, Nagarur N N. Optimal replacement policy for single pipes in water distribution network[J]. Water Resour. Res., 2001, 37(12): 3285-3293.
- [3] Fujiwara O, De Silva A U. Algorithm for reliability-based optimal design of water networks[J]. J. Environ. Eng., 1990, 116(3): 575-587.

## The Optimization Modal of Maintenance Fund Allocation in Water-supply Network Based on Semi-markov Process

MENG Fan-qi, YU Guo-ping

(College of Environmental Science and Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: In maintenance of a water distribution network, the model based on semi-markov processes is proposed in order to achieve rational and efficient use of limited funds. The objective function of the model is to gain the system reliability, i.e. the maximum of the total weighted long-run reliability of the whole system. The concept of hydraulic reliability is employed to determine the weight of pipes in the maintenance programme, and an example is given to illustrate how this model is used for the actual computation.

Key words: water-supply networks; fund allocation; semi-markov process; optimization