

给水管网中仪表测量方案的选择

俞国平

[提要]借助仪表测量可以估计分析给水管网的运行状态。管网运行的状态估计不仅能反映管网各部分的水力计算结果,而且还能给出这些结果的误差分析来增强管理人员对运行状态的把握。仪表数量的确定及其在管网中的分布位置可归结为一个寻求估计精度和测量成本同时达到最好结果的多目标优化问题。本文系采用状态变量的协方差矩阵的动态分析及决策树的技术决定仪表测量方案。

一、引言

管网水力平差技术已广泛地应用在给水管网的运行管理中,然而作为基础数据的节点用户水量的预测有极大的不可靠性,故水力平差的计算结果与实际状态会有较大的差异。给水管网的状态估计能把水力平差计算和误差分析结合起来提供估计值的质量评判,来增强管理人员对估计结果的信心。状态估计需要利用对管网内某些水力特征值如节点压力、管段流量进行仪表测量的结果。在管网内布置大量的测量仪表既不符合实际也不经济。本文讨论的问题是确定有限数量的仪表如何有效合理地布置在管网中,使之能最大限度地提高状态估计的精度,同时尽量降低测量成本。

二、状态估计的数学模型

在给水管网的状态估计中,构成测量矢量的物理量有节点用户水量、节点压力和管段流量。定义管网的节点压力为状态变量,测量矢量能够表达为状态变量的一组非线性函数。如引入随机的测量误差 ϵ ,测量方程可表达如下:

$$Z = g(X) + \epsilon \quad (1)$$

式中: Z ——测量矢量, $Z = [Z_1, Z_2, \dots, Z_m]^T$,由节点用户水量(m^3/s)、节点压力(m)、管段流量(m^3/s)组成;

X ——状态变量矢量, $X = [X_1, X_2, \dots, X_n]^T$,由管网节点压力组成;

ϵ ——随机测量误差矢量, $\epsilon = [\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_m]^T$;

$g(X)$ ——矢量函数; $g(X) = [g_1(X), g_2(X), \dots, g_m(X)]^T$;

m ——测量数据数量;

n ——状态变量数量。

海曾-威廉公式表达了管段流量与水头损失的一般关系:

$$Q_{ij} = k_{ij}^{-1/\alpha} (X_i - X_j) |X_i - X_j|^{(1/\alpha - 1)} \quad (2)$$

式中: Q_{ij} ——管段 ij 中的流量;

k_{ij} ——管段 ij 的阻力系数,与管径、长度等因素有关;

X_i, X_j ——管段 ij 二端 i 节点与 j 节点的节点压力;

α ——海曾-威廉公式中的常数, $\alpha = 1.85$ 。

对于不同类型的测量数据,函数 $g(X)$ 有以下不同的表示形式。

$$g_i(X) = \begin{cases} k_{ij}^{-1/\alpha} (X_i - X_j) |X_i - X_j|^{(1/\alpha - 1)} & \text{第一项} \\ \sum_{j \in \Omega_i} k_{ij}^{-1/\alpha} (X_i - X_j) |X_i - X_j|^{(1/\alpha - 1)} & \text{第二项} \\ X_i & \text{第三项} \end{cases}$$

第1项为测量管段 ij 的流量;

第2项为测量节点 i 的节点流量;

第3项为测量节点 i 的节点压力;

式中: Ω_i ——与节点 i 邻接的其他节点的集合。

状态变量的数量 n 等于管网中未知压力的节点数;测量数据数量 m 包括节点用水量的测量数据和现场仪表实测的数据,所以有 $m \geq n$ 。定义测量数据的冗余率 $\rho = m/n$ 。当 $\rho > 1$ 时,测量方程的个数大于状态变量的个数。状态估计就是要估计出一组状态变量 X (节点压力)值,使得根据这组估计值经由函数 $g(X)$ 计算得到的有关物理量的值尽可能地接近实际测量值。求解下列加权的非线性最小二乘问题就能得到状态变量的合理估计值。

$$Y_{\min} = [Z - g(X)]^T R^{-1} [Z - g(X)] \quad (4)$$

式中: R ——测量数据的方差矩阵, $R = E(\epsilon, \epsilon^T)$ 。

公式(4)的另一种表达形式:

$$Y_{\min} = \sum_{i=1}^m R_i [Z_i - g_i(X)]^2 \quad (5)$$

式中: R_i ——权重,第 i 个测量数据的方差的倒数。

测量数据的方差愈小,即精度愈高,则相应的权就愈大,也就表示在估计值的计算中要特别尊重这一实

测数据。

(4)和(5)式的求解采用共轭梯度法。

状态估计不仅能给出状态变量的估计值,还能给出估计值的误差。定义 X 为状态变量的真值, $\hat{X}$ 为状态变量 X 的估计值,那么估计值 $\hat{X}$ 的协方差可表达为:

$$E[(\hat{X}-X)(\hat{X}-X)^T] = (J^T R^{-1} J)^{-1} \quad (6)$$

式中: J ——函数 $g(X)$ 在估计值为 $\hat{X}$ 时的雅可比(Jacobian)矩阵。

三、最优仪表布置的数学模型

状态估计的精度取决于测量数据的精度。节点用水量的确定至多只是一种较好的猜测,因而具有极大的不确定性,所以也称节点用水量的预测是伪测量。相比之下,仪表测量显然正确可靠得多。通过在管网内增加足够数量的仪表可以减少对不太可靠的节点用水量预报的依赖,而取得高精度的状态估计结果。除了仪表数量,另一个重要因素是测量仪表在管网内的布置地点。在仪表数量相等的情况下,不同的布置方案也将给出不同的估计结果和精度。为了比较不同测量系统下状态估计结果的好坏,需要建立一个统一的标准以判别仪表测量系统的优劣。

最优仪表测量系统的数学模型表达如下:

$$\text{Minimize } C_1 = N_m \quad (7)$$

$$\text{Minimize } C_2 = \sum_{i=1}^n S_i^2 \quad (8)$$

$$\text{Minimize } C_3 = \sum_{i \in \Omega_r} d_i \quad (9)$$

约束条件:

$$P = (J^T R^{-1} J)^{-1} \quad (10)$$

$$S_i^2 = P_{ii} \quad i=1,2,\dots,n \quad (11)$$

$$S_i^2 \leq r_i^2 \quad i=1,2,\dots,n \quad (12)$$

式中: S_i^2 ——估计值 $\hat{X}_i$ 的方差;

P ——估计值 $\hat{X}$ 的协方差矩阵;

N_m ——仪表数量;

r_i^2 ——估计值 $\hat{X}_i$ 的最低的精度标准;

d_i ——两个仪表安装点的通讯线路长度;

Ω_r ——包含所有仪表安装点的总距离最短的枝状树。

由于没有确切的数据来描述仪表测量系统的成本,目标函数中只能间接地用仪表数量和仪表间的通讯线路长度简略地代表测量成本。精度控制的指标采用全部状态变量估计值方差之和表示;同时对每个估计值的方差规定了最低限度的精度标准以示约束。这个优化模型的决策变量是仪表的数量及其安装位置。求解这一模型的困难之处在于目标函数与决策变量之间存在着极其复杂的隐含关系。仪表数量及其在管网内位置的变化将改变测量数据方差矩阵 R 和函数

$g(X)$ 的雅可比矩阵 J 的矩阵结构及其数值,进而影响状态估计的结果和精度。本文采用状态变量协方差矩阵的动态分析来选择可能的仪表安装位置,而决策树和多目标优化手段最终决定测量仪表的数量及其布置方案。

四、算法和算例

图1是一个7节点管网。节点7是高地水库水源,节点1~6是用户。图2是一个34节点管网。节点29,30,31是水库;节点27,28,32,33和34是泵站吸水井;节点1~26是未知压力节点。两个管网的参数表及测量数据表略。

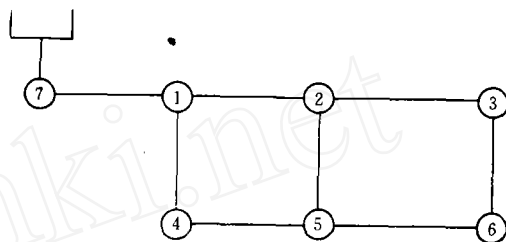


图1 7个节点管网

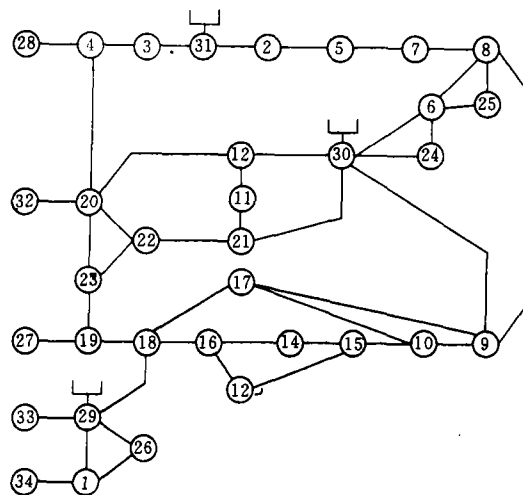


图2 34个节点管网

本文的讨论基于压力表作为测量仪表测定管网的节点压力。假定测量误差属于正态分布 $N(0, \sigma^2)$ 。最优仪表测量方案的搜索是从一个没有现场仪表测量而仅由伪测量数据(节点用水量)组成的测量系统开始的。以后的每一阶段只考虑增加一个仪表到已有的测量系统中去逐步地延伸和扩展已有的测量系统直至满足要求。算法对欲增加的每一个仪表提供若干个可能的安装地点,而这些可能的安装点是通过分析现有测量系统产生的状态变量估计值的方差来选择的。决策树技术结合估计值方差的动态分析能够有效地减少有待核

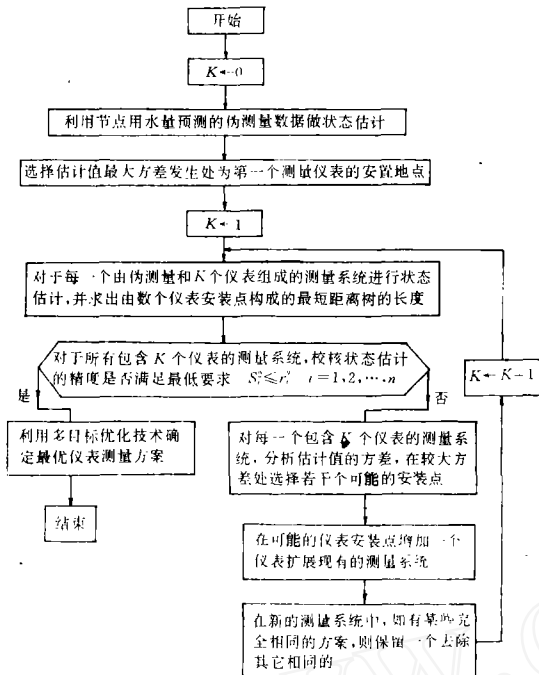


图3 最优仪表测量方案搜索算法的框图

查的测量方案,减少计算工作量。最优仪表测量方案的搜索算法如图3所示。

在7节点管网中,最优仪表测量方案的搜索过程如图4所示。为了构造图4所示的决策树,首先在树的根部画一个圆并标上0(无仪表测量)。然后进行状态估计运算,节点压力估计值的方差如表1。

表1

节点	6	3	5	2	4	1
S_i^2	9.4661	3.7366	2.4753	1.8952	1.1874	0.5059

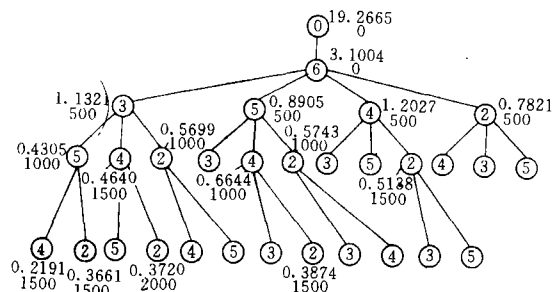


图4 7节点管网决策树

最大的估计值方差出现在节点6,节点6选择为第一个仪表的安装点。画一个标号为6的圆并与树根连接,于是构造了包括节点6处的压力表在内的新的测量系统。根据这一测量系统提供的结果,得到状态变量估计值的方差如表2。

表2

节点	3	5	4	2	1	6
S_i^2	0.8392	0.8370	0.5941	0.5819	0.2084	0.0398

原先方差最大的节点6的压力估计值在这一轮中精度大大提高,已接近仪表测量的精度。而节点3,5,4和2的估计值方差仍然较大,因而这些节点被选择为可能的第二个仪表的安装点加以进一步考察。从标号为6的圆分别引线连接到标号为3,5,4和2的圆上就有了4个包含有2个仪表的测量方案,逐一进行状态估计分析。按上述步骤,决策树得以生长。决策树内的每一条路径就是一个测量方案。继续增加仪表扩展已有的测量系统,树也随之不断增长。在决策树的生长过程中,分支愈来愈多,当有两条以上的路径包含有相同的仪表布置时,就保留一条路径,停止其他路径的继续生长。目标函数 C_2 , C_3 的值标在每一个有标记的圆的旁边,标明根据这一测量方案所进行的状态估计的结果。

决策树生长到第5阶段(包含4个测量仪表)时停止,因为此时每个状态变量估计值均满足规定的最低限度精度的要求,显然此时所需的仪表数量是最少的。满足最低精度的规定之后,依然有若干个可行的测量方案,需要考察其他2个目标函数才能最后选出最好的方案。如图4所示,在决策树的终止端有4个可行方案,显然仪表安放在节点6,3,5和4是最好的方案,因为这一方案使得目标函数 C_2 和 C_3 同时取得最小。

决策树的规模大小取决于可能的仪表安装点的数量。动态方差分析提供了选择仪表安置点的依据,限制了可供选择的安装点的数量,由此控制了决策树的规模。问题是采用这种动态方差分析的方法会不会遗漏更好的安装点。为此需要进一步复核和检查。例如为了证实节点6是不是安置第一个仪表的最好地点,不妨假设所有的节点都有可能安置第一个仪表,并计算出各自的目标函数 C_2 。结果如表3。

表3

节点	6	3	2	5	1	4
$C_2 = \sum_{i=1}^6 S_i^2$	3.1004	3.2551	3.8482	4.3528	6.0919	7.0508

第一个仪表安装在节点6比起安装在其他节点能产生最小的目标函数 C_2 ,所以选择节点6作为第一个仪表安装点是正确的。

进而考察第二个仪表可能安装在节点3,5,4和

表4

节点	(1,3)	(2,3)	(4,3)	(5,3)	(1,6)	(1,5)	(2,4)	(2,5)	(4,5)
$C_2 = \sum_{i=1}^6 S_i^2$	2.7364	2.6896	2.5816	2.5444	1.1989	4.1611	3.5410	3.5943	4.1069

2 的选择是否明智。为此列出其他几种 2 个仪表测量方案所得到的结果(表 4)。

把上述结果与图 4 决策树第 3 阶段中 2 个仪表布置的 4 个方案相比较,可知不良的安装地点已被排除出下一步的考虑。

在 34 个节点的管网中,最优仪表测量方案的搜索过程如图 5 所示。

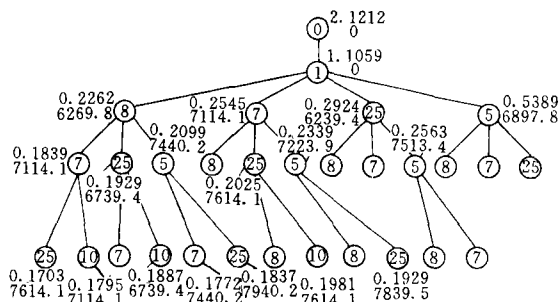


图 5 34 节点管网决策树

图 5 的决策树显示当每一个估计值的方差均满足规定要求时,总共有 7 个可行的仪表布置方案,仪表数量为 4 个。7 个可行方案中的 3 个方案(1,8,5,25),(1,7,25,10)和(1,7,5,25)被排除,因为这些方案的二个目标函数 C_2, C_3 均大于其他 4 个方案。问题是余下的 4 个方案在二个目标函数指标上互有优劣,不易判断哪一个方案更好。作为多目标优化的一种技巧,引入系数 λ 以便抉择。

标记二个目标函数互有冲突的可行方案为 $T^i (i=1,2,\dots,n)$, $C_2(T^i), C_3(T^i)$ 分别为方案 T^i 的 C_2, C_3 的目标函数值。令 $\pi = \min \{C_2(T^i)\}$, 令与之相应的方案指标 $\theta = \{i | C_2(T^i) = \pi\}$ 。定义 $\lambda = \min \{\xi_i = \frac{C_3(T^i) [C_2(T^i) - \pi]}{\pi [C_3(T^i) - C_3(T^j)]} | C_3(T^i) < C_3(T^j)\}$, 令相应的方案指标 $k = \{i | \xi_i = \lambda\}$ 。如果两个目标函数等权,即重要性相同,则当 $\lambda < 1, T^k$ 是最优方案;否则 T^j 是最优方案。如果两个目标函数的权不同,引入权系数 $\omega_i, \omega_i > 1$ 表示目标函数 C_2 比 C_3 更重要, $\omega_i < 1$ 则表示 C_3 更重要。修正系数 λ , 令 $\omega_i \lambda \rightarrow \lambda$, 然后依据 λ 是否大于 1 来选择合理的方案。

在本例中,方案(1,8,7,25)具有最小的 C_2 值,指定方案(1,8,7,25)用符号 T^j 表示。假定目标函数 C_2 和 C_3 有相同的权,则系数 ξ 计算如下:

$$\begin{aligned} (1,8,7,10), \quad & \frac{7614.1(0.1795 - 0.1703)}{0.1703(7614.1 - 7114.1)} = 0.8226 \\ (1,8,25,10), \quad & \frac{7614.1(0.1887 - 0.1703)}{0.1703(7614.1 - 6739.4)} = 0.9405 \\ (1,8,5,7), \quad & \frac{7614.1(0.1772 - 0.1703)}{0.1703(7614.1 - 7440.2)} = 1.7740 \end{aligned}$$

按定义有 $\lambda = 0.8226$, 而且小于 1, 所以方案(1,8,7,10)被认为是最优选择。

五、结论

本文提出了一个普遍适用的算法以解决给水管网状态估计中测量仪表的布置问题。仪表测量方案的优化模型同时考虑了尽可能高的状态估计的精度和尽可能低的测量成本。优化方案的搜索过程是基于已有的测量系统的逐步延伸和扩展。状态变量估计值的协方差矩阵的动态分析提供了较可靠的可供选择的仪表安装地点,有效地减轻了计算工作的负担。决策树和多目标优化技术的应用有助于找到较好的仪表测量方案。

参考文献

- [1] Bargiela A. and Hainsworth G. D. (1987). "Confidence Limit Analysis in Water Systems". Proc. Computer Applications in Water Supply Conf., pp. 43~58. Leicester Polytechnic. UK.
- [2] El-Tablawi T. A. and El-Hagry M. T. (1979). "State Estimation of Power Systems. Part 1: Optimum Meter Placemen". 1979 Control of Power systems Conference and Exposition Conference Record. pp. 35~39. IEEE. New York. USA.
- [3] Phua K. and Dillon T. S. (1977). "Optimal choice of Measurement for State Estimation". Power Industry computer Applications Conference. pp. 431~441. Toronto. Canada.
- [4] Aam S., Holten L. and Gjerde O. (1983). "Design of The Measurements System for State Estimation in The Norwegian High-Voltage Transmission Network". IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems. Vol. PAS-102. pp. 3769~3777.
- [5] Sorenson H. W. (1980). "Parameter Estimation". Marcel Dekker. INC.

○作者通讯处:200092 上海四平路 1239 号

同济大学环境工程学院

收稿日期:1995-3-20

更正

本刊 1995 年第 9 期“西安北石桥污水处理设计”第 6 页左栏正数第 14 行“泥龄 2d”应改为“泥龄 12d”。因排版时疏忽造成上述错误,特向作者和广大读者致以歉意。

《给水排水》编辑部

BASIC CATEGORIES IN DESIGNING CHLORINE ABSORPTIVE SYSTEM

..... *Cui Xiaoguang et al* (30)

Abstract: Chlorine absorptive facilities (CAF) have been installed in many water works in order to prevent the impact of chlorine leakage to the environment, because liquid chlorine is applied widely as disinfectant in water treatment works. Proceeding from the mechanisms of chlorine absorption the basic categories in CAF design are discussed and some matters for attention in operation are presented in this paper.

APPLICATION OF UVPC PIPE IN NEW CAPITAL FINANCIAL SQUARE *Zheng Shicong* (32)

RED COPPER FLOW GUIDING ACCESSORIES MADE IN CHINA *Xiao Ruishu et al* (34)

A METHOD FOR HIDDEN LAYING OF INDOOR WATER BRANCHES *Wu Jianwei et al* (35)

DESIGN OF METER PLACEMENT IN WATER DISTRIBUTION SYSTEMS *Yu Guoping* (36)

Abstract: With the help of meter measuring systems, state estimation of water distribution system can not only show the hydraulic properties of all system components, but it can also provide an estimate of errors to enhance engineers confidence in the results. The number of meters as well as their distribution in networks strongly influence the accuracy of the estimates therefore the meter placement can be considered as a multi-objective optimization to seek the best solution in terms of estimation accuracy and metering cost. A method employing a dynamic analysis of the covariance matrix of state variables and the decision-trees technique has been developed for the design of an optimal meter placement for state estimation of water distribution systems.

BRIEF ON MOVING-BED COAL SLAG ADSORPTION FILTER *Jiang Yuanshan* (40)

SAVE TECHNICAL REFORM INVESTMENT BY IMPROVED INSTALLATION

OF SLOW-CLOSURE CHECK VALVE *Wang Qun* (42)

HOT WATER SYSTEM BASED ON ATMOSPHERIC OIL AND GAS HEATER

..... *Wen Xiaoqian et al* (44)

● **Sponsored by** Water & Sewage Society of CCES and China Building Technology Development Centre

● **Edited by** Water & Wastewater Engineering Editorial Board

● **Address** 19 Chegongzhuang Street, Beijing 100044, China

Tel (010)8317744—437

Fax 8348832