

水—纤维床层过滤水头损失理论研究综述

清华大学环境工程系

张锡辉 王占生

TQ.085.4

摘要 本文比较系统地综述了纤维床层过滤水头损失理论发展过程,分析了单元型、Oseen 模型和 Brinkman 模型的特点及存在的差异,结合水过滤过程中床层变化,指出进一步研究的方向。

关键词 纤维状滤料 水头损失 过滤

水头损失模型 床层

过滤是水处理工程中的基本单元方法。过滤床层滤料分为两类:颗粒状滤料和纤维状滤料。不同滤料填充形成的床层具有不同的孔隙率分布范围。一般颗粒床层孔隙率 40—50%,纤维床层孔隙率可高达 95%以上,纤维床层孔隙率高,因而过滤积泥量大,阻力小,过滤周期长。近些年,由于广大科技工作者的努力,不断革新纤维床层结构,使其容易反冲再生,纤维床层过滤应用得愈益广泛。但是,相应的理论研究没能适应技术进步的要求,在实践中,对某些参数的理解和计算,存在着混乱现象,如水头损失即是一例。本文作者对纤维床层过滤过程水头损失理论文献资料进行整理和分析,以供参考。

水头损失是过滤过程中的重要参数,纤维床层结构不同于颗粒床层,孔隙率高,其水头损失理论亦不同于颗粒床。颗粒床孔隙率低,床层内孔隙可视为毛细管,适用于毛细管理论或称水力半径理论,其代表方程为 Carman—Kozeny 方程;纤维床层孔隙率高,适用于曳力理论。

曳力理论认为滤料介质对流体来说是一种“障碍物”,流体的流动对“障碍物”产生一种曳力,反之可以说“障碍物”对流体产生一种阻力。曳力理论首先由 Emersleben 于 1924 年开始,试图用数学方法解流体对平行于流动方向排列的纤维的粘滞流体曳力动力学问题^[1,2]。随着研究的不断发展,基本上形成了三种模型:单元模型、Oseen 模型和 Brinkman

1 单元模型

假设纤维床层由许多“单元”组成,每个“单元”是以纤维为中心,周围是圆形或多边形的流体层,单元内流体流动情况与流体在床层中一样。这样,问题简化为在单元内求解。如图 1 所示。单元中流体的厚度与床层孔隙率相关,即单元内流体所占比例等于床层孔隙率,孔隙率越大,流体层越厚,单元越大。由此一定程度上考虑了相邻纤维对中心纤维的影响作用。

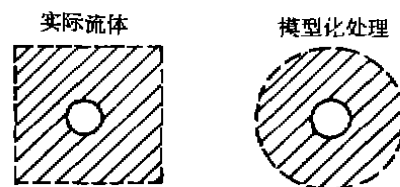


图 1 圆形单元示意图

纤维在床层中排列方式不同,在流体中所受曳力不同,水头损失变化也不同。为研究方便起见,将纤维排列方式分为三种:平行流动方向,垂直接流动方向和随机分布排列。

1.1 平行于流动方向排列的纤维床层

这种排列方式是最简单的一种情况。1959 年, Happel^[3] 利用简化后的 Navier—Stokes 方程在柱坐标系统下求解,得水头损失方程。为使方程表达方便,用渗透系数 K

表示:

$$\frac{K}{a^2} = \frac{\mu U}{\left(\frac{dP}{dL}\right)} \cdot \frac{1}{a^2} = \frac{1}{4(1-\varepsilon)} \left[-\ln(1-\varepsilon) - \frac{3}{2} + 2(1-\varepsilon) - \frac{(1-\varepsilon)^2}{2} \right]$$

其中 a 为纤维半径, μ 为粘度, U 为过滤速度, ε 为床层孔隙率。

但是, 纤维在实际排列中不可能形成圆形排列, 只能形成多边形排列, 即多边形单元。1959 年, Sparrow 和 Loffer^[4] 用指数级数法求解了正方形和三角形单元的解。近年来, drummond 和 Tahir^[6] 合作, 较完整地求解出正方形、三角形、六边形和矩形单元的方程, 如表 1 所示。

表 1 平行于流动方向的纤维水头损失多边形单元模型方程

作者	单元类型	方程
Drummond 和 Tahir ^[6]	正方形单元	$\frac{K}{a^2} = \frac{1}{4(1-\varepsilon)} [-\ln(1-\varepsilon) - 1.476 + 2(1-\varepsilon) - \frac{1}{2}(1-\varepsilon)^2 + O((1-\varepsilon)^4)]$
	等边三角形单元	$\frac{K}{a^2} = \frac{1}{4(1-\varepsilon)} [-\ln(1-\varepsilon) - 1.498 + 2(1-\varepsilon) - \frac{1}{2}(1-\varepsilon)^2 + O((1-\varepsilon)^4)]$
	六边形单元	$\frac{K}{a^2} = \frac{1}{4(1-\varepsilon)} [-\ln(1-\varepsilon) - 1.354 + 2(1-\varepsilon) - \frac{1}{2}(1-\varepsilon)^2 + O((1-\varepsilon)^4)]$
	矩形单元, 长: 宽 2: 1	$\frac{K}{a^2} = \frac{1}{4(1-\varepsilon)} [-\ln(1-\varepsilon) - 1.130 + 2(1-\varepsilon) - 1.197(1-\varepsilon)^2 + O((1-\varepsilon)^4)]$

综合起来, 可获得如下通式:

$$\frac{K}{a^2} = \frac{1}{4(1-\varepsilon)} [-\ln(1-\varepsilon) - k_d + 2(1-\varepsilon) - \frac{1}{2}(1-\varepsilon)^2]$$

其中, 常数 k_d 随着单元形状的不同而变化。

出垂直于流动方向排列的纤维床层方程。同一年, Kuwabara^[6] 也使用圆形单元, 但单元边界条件与 Happel 设定的不同, 也解得一个方程。其后, 许多研究人员应用各种方法求解更符合实际情况的多边形单元, 汇总如表 2 所示。

1.2 垂直于流动方向排列的纤维床

同是 1959 年, Happel^[3] 应用圆形单元求

表 2 垂直于流动方向的纤维床层水头损失单元模型方程

作者	单元类型	方程
Happel	同心圆单元	$\frac{K}{a^2} = \frac{1}{8(1-\varepsilon)} [-\ln(1-\varepsilon) + \frac{(1-\varepsilon)^2-1}{(1-\varepsilon)^2+1}]$
Kuwabara	同心圆单元	$\frac{K}{a^2} = \frac{1}{8(1-\varepsilon)} [-\ln(1-\varepsilon) - \frac{3}{2} + 2(1-\varepsilon)]$
Hasimoto	正边形单元 (付里叶级数法)	$\frac{K}{a^2} = \frac{1}{8(1-\varepsilon)} [-\ln(1-\varepsilon) - 1.476]$
	正边形单元 (椭圆函数法)	$\frac{K}{a^2} = \frac{1}{8(1-\varepsilon)} [-\ln(1-\varepsilon) - 1.476 + 2(1-\varepsilon) + O((1-\varepsilon)^2)]$
Sangani 和 Acrivos	正边形单元 (数值解法)	$\frac{K}{a^2} = \frac{1}{8(1-\varepsilon)} [-\ln(1-\varepsilon) - 1.476 + 2(1-\varepsilon) - 1.774(1-\varepsilon)^2 + 4.076(1-\varepsilon)^3 + O((1-\varepsilon)^4)]$
Acrivos	六边形单元 (数值解法)	$\frac{K}{a^2} = \frac{1}{8(1-\varepsilon)} [-\ln(1-\varepsilon) - 1.490 + 2(1-\varepsilon) - \frac{1}{2}(1-\varepsilon)^2 + O((1-\varepsilon)^4)]$
Drummond 和 Tahir	正边形单元	$\frac{K}{a^2} = \frac{1}{8(1-\varepsilon)} [-\ln(1-\varepsilon) - 1.476 + 2(1-\varepsilon) - 1.774(1-\varepsilon)^2 + O((1-\varepsilon)^3)]$

由表可见,用多边形单元求出的方程非常相似。实验证明,数值解法得到的方程最精确,相比之下,Happel 方程和 Kuwabara 方程解的精度比较低,主要原因是其圆形单元过于理想化。

1.3 随机分布纤维床层

实际应用中,纤维的排列多是三维随机分布排列,各方向都有。按力的分解原则,此时水头损失等于三个相互垂直分方向的加合。

2 Oseen 模型

Oseen 经过分析认为,在纤维附近,流速小,粘度效应是主要的,可以忽略惯性作用。但是由于粘度效应随着距离的增大而衰减得比惯性效应快,所以随着远离纤维,粘度效应逐渐下降,至一定距离,惯性作用不能再忽略。1911 年,Lamb^[2]首先给出纤维床层的 Oseen 解。

$$\frac{dP}{dL} = \frac{8\pi}{Re \ln\left(\frac{7.4}{Re}\right)} \cdot \frac{(1-\epsilon)}{\epsilon^2} \cdot \frac{\rho U^2}{d} \quad (3)$$

其中 Re 为雷诺数, ρ 为流体密度, d 为纤维直径。此方程说明水头损失与雷诺数有关。从严格意义上来说,这不是达西定律类型的模型。

Jaisinghani^[9]等将 Oseen/Lamb 方程(式(3))用于垂直于流动方向排列的纤维床。为使之具有普遍性,Jaisinghani 将式(3)中的常数改变为不定常数,得

$$\frac{dP}{dL} = \frac{k_1}{\lg\left(\frac{k_2}{Re}\right)} \cdot \frac{1-\epsilon}{\epsilon} \cdot \frac{\mu U}{d^2} \quad (4)$$

其中 d 表示纤维直径。通过实验,Jaisinghani 认为 k_2 是常数, $k_2=10^6$,而 k_1 不是常数,与孔隙率 ϵ 成直线关系,即

$$k_1 = 224(1.07 - \epsilon) \quad (5)$$

笔者认为式(4)的实质是经验性地考虑了床层中相邻纤维之间的相互影响。Jaisinghani 做了纤维直径 d 为 $0.8 \sim 3.8 \mu m$ 的床层几种不同类型的流体(水和三种油)的动力学

实验,实验数据与式(4)和式(5)吻合得较好。

3 Brinkman 模型

1947 年,Brinkman^[10]提出一种新的多孔介质流体动力学模型,后来得到 Spielman^[11]等人的发展,模型的主要内容为,在纤维床层中,某一根纤维(中心纤维)表面附近,以粘度效应为主,存在速度梯度;在远离中心纤维表面的区域,速度梯度逐渐消失,同时水头损失与流体密度无关,即与惯性效应无关。Spielman 认为纤维之间存在相互影响,这种影响至少使得惯性效应与粘度效应相比可忽略不计。Spielman 和 Goren 应用此模型,推导出各种纤维排列方式的床层水头损失方程(以渗透率系数表示),所有方程都是隐函数形式。对杂乱纤维床

$$\frac{1}{3} + \frac{5\sqrt{K}}{6a} \cdot \frac{K_1\left(\frac{a}{\sqrt{K}}\right)}{K_0\left(\frac{a}{\sqrt{K}}\right)} = \frac{1}{4(1-\epsilon)} \quad (6)$$

其中 K_0 、 K_1 是 Bessel 改进函数, K 是渗透率系数。

式(6)与单元模型、Oseen 模型计算结果具有可比性,与实验数据吻合比较好,但是其隐函数形式使得应用不方便。

4 讨论

比较电力理论中的三个模型可见,其相互之间的根本差异在于处理床中纤维之间相互影响作用的方式方法不同。

单元模型在单元内忽略了惯性效应和分子扩散运动的影响,也忽略了床层内周围纤维对中心单元的内在影响。仅从单元的大小方面体现了相邻纤维的影响。Oseen 模型考虑了单元内惯性效应的影响;但对于床层中纤维之间的相互影响,Jaisinghani 仅是经验性地进行了调整,不具有普遍性。Brinkman 不仅考虑了流体的粘度效应,也考虑了纤维之间的相互影响作用,但其模型方程是隐函数形式,应用不方便。

对于清洁纤维层,三种模型的水头损失方程计算结果并无明显差别,关键还是在纤

维表面附近区域。相比之下,单元模型方程比较简洁,应用得较多。

在水过滤过程中,水中悬浮杂质颗粒不断积留于床内,改变了床层的结构,即改变了床层孔隙率和纤维丝的粗细。尤其当床层内积泥量较多时,积泥量对床层孔隙率和纤维丝粗细的影响并不是简单加合的关系。积泥本身有一定的结构形态,并不是随机的颗粒堆积,其对床层结构的影响直接关系到床层水头损失的变化。现有模型尚需结合积泥量的宏观或微观影响在更深层次关联研究。

参考文献

- 1 Soedegger A E. The physics of flow through porous media (third edition), University of Toronto Press, 1974

(上接第7页)

出磷酸钙的饱和 pH (pHs) 的值^[3], 并作 [pH (实际) - pHs] 差值—时间曲线, 示于图 2。

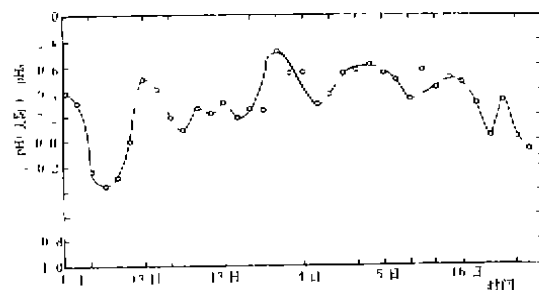


图2 [pH(实际) - pHs] 差值随时间的变化

3 讨论

比较图 1 和图 2 可知, $[Ca^{2+}]^3[PO_4^{3-}]^2$ —时间曲线和 [pH (实际) - pHs]—时间曲线的变化相似。这两条曲线上大多数的最高点和最低点出现的时刻相同。以上说明, 在一定程度上, 离子积法和磷酸钙饱和指数法相近,

- 2 Ibarra A S. Permeability of glass wool and other highly porous media, J. of Research of the National Bureau of Standards, 1983, 45(5), 398—406
- 3 Happel J. AIChE J., 1959, 5(2), 174—177
- 4 Sparrow E M, Loeffler Jr, A L. AIChE J., 1959, (5), 325—330
- 5 Drummond J E, Tahir M I. Int. J. Multiphase Flow, 1984, 10, 515—540
- 6 Kuwabara S. J. Phy. Soc. of Japan, 1959, 14, 527—532
- 7 Hasimoto H. J. Fluid. Mech., 1959, 5, 317—318
- 8 Sangani A S, Acrivos A. Int. J. Multiphase flow, 1982, 8, 193—206
- 9 Jaisinghani R A, Sprenger G S. Filtration & Separation, 1981, 121—134
- 10 Spielman L, Goren S L. Env. Sci. & Tech., 1968, 2(4), 279—287

或者说, 离子积法基本上经受住了磷酸钙饱和指数法的检验。

进一步观察 $[Ca^{2+}]^3[PO_4^{3-}]^2$ —时间曲线可以看出, 在该曲线上出现了若干个高度基本上相同的最高点(高度依次为 122.4, 111.7 和 102.3), 出现这些最高点的时刻(依次为 13 日 16:30, 20:30, 14 日 0:30 和 15 日 4:30)可以看成是析出磷酸钙沉淀之时。

参考文献

- 1 Herbert, Feitler. Material Performance, 1975, 14(8), 33
- 2 纪芳田, 包义华编, 循环冷却水处理基础知识, 化学工业出版社, 1986, 192—195
- 3 龙荷云编, 循环冷却水处理, 江苏科学技术出版社, 1984, 45—51
- 4 J A Dean. Lange's Handbook of Chemistry, 13th ed. McGraw—Hill, 1985, 5—8
- 5 [美]麦科伊著, 麦玉筠译, 冷却水的化学处理, 第二版, 化学工业出版社, 1988, 53—54