

基于模糊数学的供水管网水质评价方法研究

王强 刘遂庆 李树平

(1、北京市城市规划设计研究院市政所, 北京, 100045;

2、同济大学 污染控制与资源化研究国家重点实验室, 上海 200092)

摘要: 供水管网水质安全评价对于提高供水调度与管理水平十分重要。提出利用模糊数学方法解决复杂的水质评价问题。由于余氯是管网水质安全重要指标, 对其评价标准作了详细研究, 并结合实例介绍了管网中多个监测点余氯值的综合评价方法。另外, 对模糊评判方法的适用性和局限性作了分析。

关键词: 供水管网 水质安全 余氯 模糊评判

引言

维护管网的水质安全是供水管网调度和管理的重要工作之一。水是一种商品, 人们希望从管网系统中得到的水是质量合格的产品。近年来, 用户关于管网水质问题的投诉越来越多, 2005 年, 国家建设部颁发的《城市供水水质标准》(CJ / T206—2005)对管网水质提出了明确的要求, 促使供水企业不断提高管网水质的管理水平, 研究控制管网水质的新技术, 这已经成为管网研究的重要和紧迫课题^[1, 2]。

与管网水质控制和管理紧密相关的问题就是管网运行水质安全性评价, 只有在正确评价的基础上, 才能实施有效控制手段, 提高供水调度管理水平^[3]。但是, 由于供水管网的复杂性, 不同位置处的管段和节点对水质要求的标准是不同的, 常规数理统计方法难以进行这种多个对象多个标准的评价。本文采用模糊数学方法来解决这个复杂的评价问题, 利用模糊集原理, 构建各对象元素对评价标准的隶属度矩阵和权重矩阵, 可以方便地处理不同管段或节点存在不同标准的情况, 最终按最大隶属度原则得到综合评价结果。

1. 模糊评判原理

1.1 模糊集

论域 U 上的模糊集 A 是指, 对任何 $u \in U$, 都指定了一个数 $\mu_A(u) \in [0, 1]$ 与之对应。其中 $\mu_A(u)$ 称做 u 对 A 的隶属度^[4]。这意味着存在一个映射:

$$\begin{aligned} \mu_A: U &\rightarrow [0, 1] \\ u &\mapsto \mu_A(u) \end{aligned} \quad (1)$$

上述的映射称为模糊集 A 的隶属函数。

1.2 模糊评判矩阵

- (1) 因素集 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ ，即被评判对象各因素组成的集合， n 为因素的个数；
- (2) 评判集 $V = \{v_1, v_2, \dots, v_m\}$ ，即评判指标组成的集合， m 为评判分级数；
- (3) 评判矩阵

令 u_i 为第 i 个因素 $x_i \in V$ 的隶属度，即：

$$u_i = \mu(x_i), \quad u_i \in [0, 1] \quad (2)$$

这样就得到了一个因素隶属度模糊子集 $U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ 。

继而可以组成评判矩阵 R 为：

$$R: U \times X \rightarrow [0, 1]$$

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \cdots & r_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ r_{m1} & r_{m2} & \cdots & r_{mn} \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中： $r_{ij} \in [0, 1]$ ，表示第 j 个评判对象关于第 i 个评判指标的隶属度。

1.3 权重模糊集

权重模糊集是指各评判指标所占权重组成的模糊集。它确定的方法有多种，最为常见的方法例如专家打分方法。确定后的权重集 W 为：

$$W = \{w_1, w_2, \dots, w_m\}$$

$$\sum_{i=1}^m w_i = 1 \quad w_i \in [0, 1] \quad (4)$$

式中 w_i ($i = 1, 2, \dots, m$) 表示第 i 个因素所占权重。

1.4 模糊评判

设评判集 V 上的等级模糊子集为 $\underline{B}$ ，模糊评判运算为：

$$\underline{B} = W \circ R \quad (5)$$

$$\text{或} \quad \underline{B} = [b_1 \ b_2 \ \cdots \ b_m] = [w_1 \ w_2 \ \cdots \ w_m] \circ \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \cdots & r_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ r_{m1} & r_{m2} & \cdots & r_{mn} \end{bmatrix} \quad (6)$$

“ $\circ$ ”算子采用 $M(\cdot, \vee)^{[5]}$ ，即：

$$b_j = \max[w_1 r_{1j}, w_2 r_{2j}, \dots, w_m r_{mj}] \quad (7)$$

经计算，得到评判集 V 上的等级模糊子集 $\underline{B}$ 的结果为：

$$\underline{B} = \frac{b_1}{v_1} + \frac{b_2}{v_2} + \dots + \frac{b_m}{v_m} = \{b_1, b_2, \dots, b_m\} \quad (0 \leq b_j \leq 1) \quad (8)$$

最后根据模糊数学的最大隶属度原则可以判断评价等级。

2 管网水质评价指标分析

2.1 评价指标选择

供水管网中进行监测的水质指标通常有余氯、浊度、色度、PH、铁、锰、总有机碳、COD、细菌指标等等。其中氯是给水处理中最为常用的消毒剂，管网中保持一定的余氯可以减少大肠菌的复活机率，防止管网二次污染，控制生物膜的形成，拟制水中病原菌的活性，它还可以作为管网水质安全的预警指标。因此，本文以余氯作为水质指标的代表，来进行评价方法的研究。

管网中余氯数据的获取有两种方法：直接现场采样检测和通过数学模型计算。直接采样法容易操作，适应性强，但是对于复杂的给水管网体系，采样数十分有限，很难覆盖全局特性^[6]；通过建立水质数学模型，可以动态模拟管网中任何位置的余氯变化，但模型参数的确定，模型校准难度较大。管网水质模拟能够及时全面地反映管网水质状况，有效地提高水质安全管理水平，它已成为供水行业信息化建设的发展趋势。研究较为成熟的水质模型是物质衰减模型：

$$\frac{\partial c_{ij}}{\partial t} = v_{ij} \frac{\partial c_{ij}}{\partial x_{ij}} + \theta(c_{ij}) \quad (9)$$

式中， c_{ij} ——从节点 i 至节点 j 的管段内某物质的浓度，mg/L；

t ——时间，min；

x_{ij} ——沿着连接管线，从节点 i 至节点 j 的距离，m；

v_{ij} ——从节点 i 至节点 j 的水流速度，m/s；

$\theta(c_{ij})$ ——在 t 时间内，从点 i 至节点 j 的管段中物质的反应速率函数。

目前，由于国内大多数供水系统尚未建立水质模型，因此管网余氯数据一般还是来自于人工采样检测或管网数据监测与采集(Supervisory Control and Data Acquisition, SCADA)系统。

2.2 评价标准分析

《城市供水水质标准》(CJ / T206—2005)中明确规定：余氯(自由氯)在与出厂水接触 30min 后不低于 0.3mg/L 或总氯在与出厂水接触 120min 后不低于 0.5mg/L，管网末梢不低于 0.05mg/L。这是一个管网水质控制的总体标准。

管网中各节点的余氯浓度，应该根据其在管网中的位置，具有更为详细的标准。如果某节点余氯浓度低于下限标准时，除自身不能满足水质要求外，更不能保证其下游节点的水质要求；如果某节点余氯浓度高于上限标准，会带来更多的消毒副产物，也会影响嗅觉等其它水质指标。因此，按照管网的布局，正确地分析和确定各评估节点的余氯浓度上、下限标准，对于供水管网水质评价和

保证水质安全至关重要。

3 管网水质评价方法

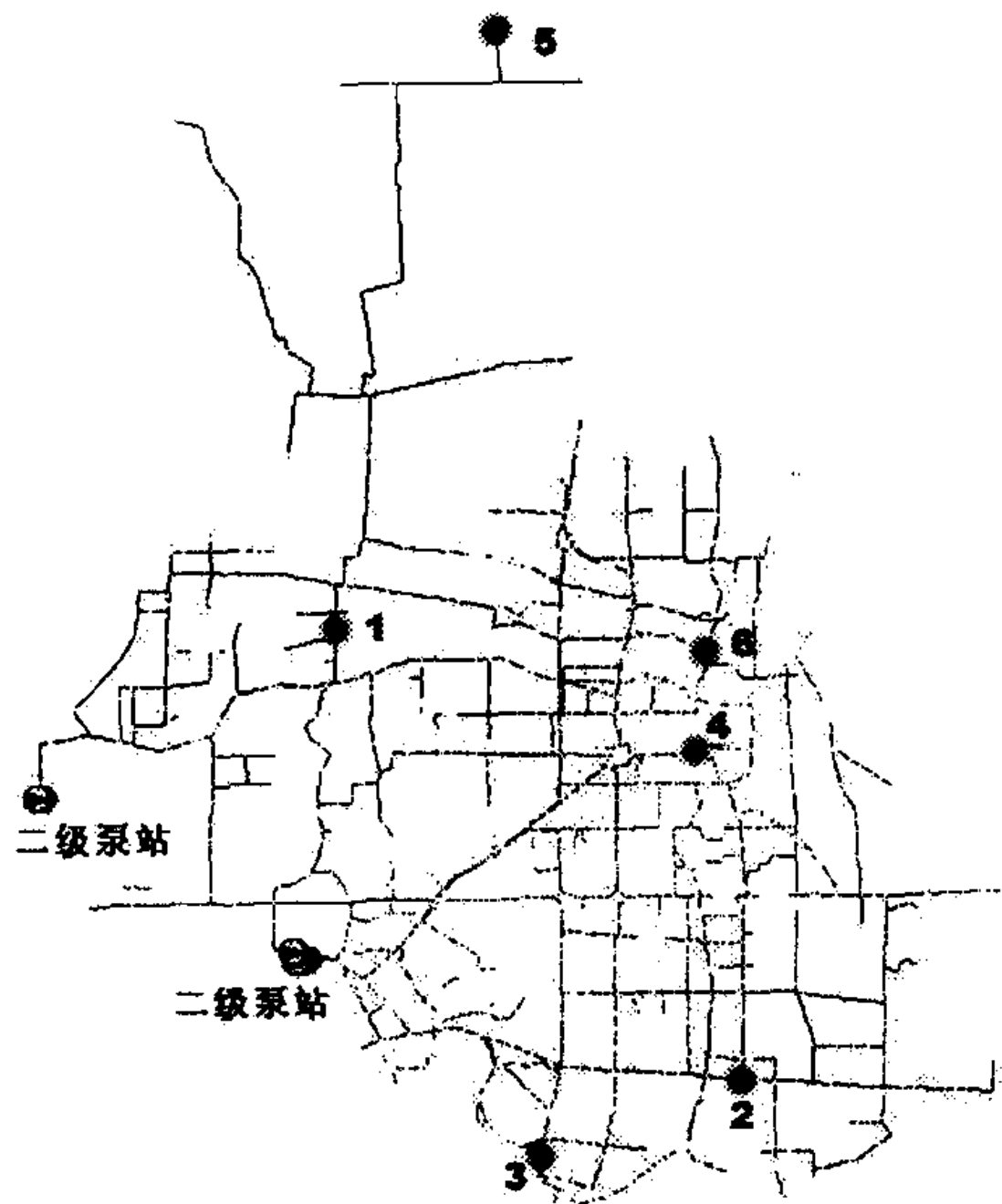


图 1 供水管网中水质监测点的布置

表 1 管网各节点余氯上下限要求

监测点 编号	监测指标(余氯, mg/L)	
	下限值	上限值
1	0.2	1.0
2	0.05	0.5
3	0.1	0.8
4	0.05	0.5
5	0.05	0.5
6	0.05	0.5

下面将结合国内某城市供水管网中的水质监测数据进行评价方法的研究。该城市供水系统中共设有六个水质监测点，主要监测的水质指标有余氯、浊度和 PH 值。本文以余氯代表水质指标进行综合评价。六个监测点在管网中的布局如图 1 所示。

由上一节对评价标准的分析可知，管网中不同位置处的节点对余氯浓度要求的标准是不同的。经由该城市供水部门技术人员商讨，确定这六个监测点的余氯浓度上、下限标准如表 1 所示。

3.1 评估等级

评估分为四个等级，评判集 $V = \{ \text{“优秀”、“良好”、“合格”、“不合格”} \}$ 。

欲将管网中不同节点余氯利用同一模糊集进行评估，必须先将不同标准下各节余氯值转换到统一标准的评价域中。令节点 i 的余氯上限为 c_{imax} ，下限为 c_{imin} ，监测或计算值为 c_i ，可以采用图 2 所示的曲线将不同标准下的数值相应地转换到 $[0, 1]$ 范围，

图中参数 a 、 b 可以按需要调整评价标准，通过实践调查，本实例取 $a=0.2$ ， $b=0.6$ 。各节点余氯数值经过转换后，就可以采用统一的评估分级标准，如表 2 所示。

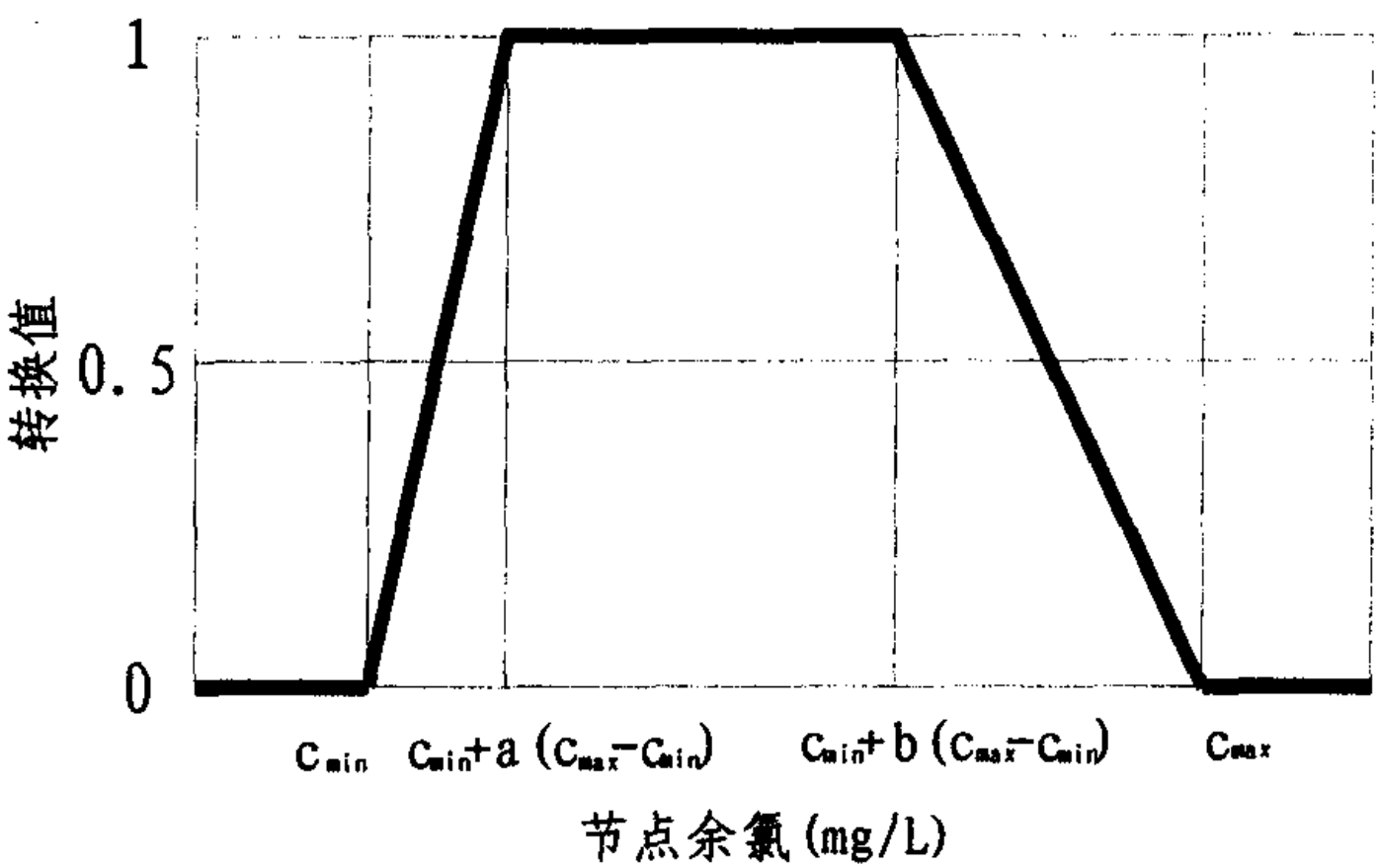


图 2 节点余氯转换曲线

表 2 管网节点余氯评估分级标准

等级 项目	优秀	良好	合格	不合格
余氯转换值	1~0.8	0.8~0.5	0.5~0.2	0.2~0

3.2 评估隶属度

令 x 为节点余氯转换值， $\mu_i(x)$ 表示节点余氯转换值相对于各等级的隶属度函数^[5]：

$$\mu_i^{(1)}(x)=\begin{cases} 1, & a_0\leq x < a_1 \\ \frac{a_2-x}{a_2-a_1}, & a_1\leq x < a_2 \\ 0, & a_2\leq x\leq a_4 \end{cases} \tag{10}$$

$$\mu_i^{(k)}(x)=\begin{cases} 0, & a_0\leq x\leq a_{k-2}; \quad k=2,3 \\ \frac{x-a_{k-2}}{a_{k-1}-a_{k-2}}, & a_{k-2}\leq x < a_{k-1}; \quad k=2,3 \\ 1, & a_{k-1}\leq x < a_k; \quad k=2,3 \\ \frac{a_{k+1}-x}{a_{k+1}-a_k}, & a_k\leq x < a_{k+1}; \quad k=2,3 \\ 0, & a_{k+1}\leq x\leq a_4; \quad k=2,3 \end{cases} \tag{11}$$

$$\mu_i^{(4)}(x)=\begin{cases} 0, & a_0\leq x < a_2 \\ \frac{x-a_2}{a_3-a_2}, & a_2\leq x < a_3 \\ 1, & a_3\leq x\leq a_4 \end{cases} \tag{12}$$

表 3 管网节点余氯监测值、转换值、隶属度及权重

节点编号	余氯监测 (mg/L)	余氯转换 值	隶属度				权 重
			优秀	良好	合格	不合格	
1	0.71	0.906	1.000	0.470	0.000	0.000	0.17
2	0.15	0.565	0.217	1.000	0.783	0.000	0.18
3	0.50	1.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.16
4	0.40	0.556	0.187	1.000	0.813	0.000	0.16
5	0.38	0.667	0.557	1.000	0.443	0.000	0.15
6	0.16	0.522	0.073	1.000	0.927	0.000	0.17
Σ	/	/	/	/	/	/	1

式(10)~(12)中, i 取 $1, 2, \dots, n$ (n 为参与评价节点的个数); k 表示评价等级数(1、2、3、4 分别对应等级“优秀”、“良好”、“合格”、“不合格”); a_{k-1}, a_k 表示第 k 等级的上下限分级标准。表 3 中列出了参与评价的六个节点余氯监测值、转换值、隶属度及权重(由技术人员按调度需求设定, 所有权重须作归一化处理)。

3.3 水质评价

由表 3 中各节点的隶属度构成 6×4 阶的模糊评判矩阵 R_c , 表 3 中各节点权重构成 1×6 阶的权重集 W_c , 进行单因素的模糊评判, 结果向量为 D_c 。

$$D_c = W_c \circ R_c = \{0.170, 0.180, 0.158, 0.000\} \quad (13)$$

结果向量的四个元素值分别对应于四个等级的综合隶属度, 按模糊数学最大隶属度原则, 最大隶属度“0.180”对应于第二个等级, 即认为管网水质综合评价结果为“良好”。对表 2 的评价标准和表 3 中列出的余氯监测值进行定性分析可知, 模糊评价的结果是合理的。

4 结论与建议

(1) 模糊评判方法适合作为管网水质指标的评价方法, 利用隶属度矩阵和权重集可以定量地求解管网中不同对象具有不同标准的水质评估问题, 包括无法用定性方法评估的问题。

(2) 管网水质评价的指标除了余氯以外, 还有浊度、色度、PH、铁、锰、总有机碳、COD、细菌指标等, 其它各项指标的评价均可以采用与余氯评估类似的方法进行。

(3) 模糊评价的结果是否能够客观反映实际水质状况, 关键取决于水质评价指标分级标准的合理性。实际运用过程中, 应根据供水管网中水质监测点的位置、用户对水质的要求等情况, 合理的水质评价标准。

(4) 管网中不同的对象, 在评估体系中所占有的权重也不同, 如果各权重值分配相差比较悬殊, 会大大影响模糊评价结果。因此, 在确定不同对象的权重时, 应遵循均分基础上有所侧重的原则。

参考文献

- [1] 刘遂庆. 供水系统科学调度技术与应用. 中国城镇供水协会. 城市供水行业 2010 年技术进步发展规划及 2020 年远景目标. 北京: 中国建筑工业出版社, 2005: 116~129
- [2] 严煦世, 刘遂庆. 给水排水管网系统. 北京: 中国建筑工业出版社, 2002
- [3] Zhou JP, Wang Q, Liu SQ. Research on safety of water quality in urban water supply systems of china. Progress in safety science and technology, Asia Pacific Symposium on Safety 2005: 2069~2074
- [4] 杨伦标, 高英仪. 模糊数学原理及应用 (第二版). 华南理工大学出版社, 1998
- [5] 王光远, 论综合评判几种数学模型的实质及应用. 模糊数学, 1984(4): 45~52
- [6] 伍悦滨. 供水管网系统性能评价方法的研究, 哈尔滨建筑大学博士学位论文, 2000

王强(1973-), 男, 在读博士生, 汉, 籍贯: 四川省三台县, 北京市城市规划设计研究院, 工程师, 研究方向: 给排水工程设计与运行最优化

通信: 北京昌平区创新园润杰精典小区 8-2-602 室 王强收 102200

电话: 021-65985869(上海临时) 13818709386 010-80111540(北京)

email: wq2018@163.com